

ANNALES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE Mathématiques

DAMIEN RÖSSLER

Préface

Tome XXIII, n° 3 (2014), p. i-vi.

http://afst.cedram.org/item?id=AFST_2014_6_23_3_r1_0

© Université Paul Sabatier, Toulouse, 2014, tous droits réservés.

L'accès aux articles de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse Mathématiques » (<http://afst.cedram.org/>), implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://afst.cedram.org/legal/>). Toute reproduction en tout ou partie de cet article sous quelque forme que ce soit pour tout usage autre que l'utilisation à fin strictement personnelle du copiste est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

cedram

*Article mis en ligne dans le cadre du
Centre de diffusion des revues académiques de mathématiques
<http://www.cedram.org/>*

Préface

Le présent volume a vu le jour à la suite d'une conférence en l'honneur de Christophe Soulé intitulée 'Arakelov Geometry and K-theory' qui s'est déroulée à Toulouse du 21 au 23 mai 2012. La plupart des articles qui suivent (mais pas tous) ont été proposés par des intervenants de ce congrès et il reflète donc dans une certaine mesure le contenu scientifique de la rencontre. Nous avons reproduit en annexe le programme de la conférence et la liste des participants. On trouvera aussi à la suite de cette préface l'affiche de la conférence.

Pendant sa remarquable carrière, C. Soulé s'est intéressé à un spectre très large de mathématiques. C'est surtout la K-théorie et la cohomologie des groupes arithmétiques qui l'occupent pendant ses jeunes années, puis à la fin des années 1980, il se tourne (en collaboration avec H. Gillet) vers la géométrie d'Arakelov et l'analyse spectrale sur les variétés. Depuis la fin des années 1990 il s'intéresse aux problèmes mathématiques issus de la biologie et aux spéculations autour du corps à un élément.

Parmi les nombreuses contributions de C. Soulé aux mathématiques, en voici quelques-unes qui nous semblent particulièrement intéressantes:

- ses travaux sur la K-théorie des nombres entiers (voir par ex. [4]) ;
- la démonstration (avec H. Gillet) d'une conjecture de J.-P. Serre sur la positivité des multiplicités d'intersections (voir [3]) ;
- le théorème de Riemann-Roch arithmétique en toute dimension relative (avec J.-M. Bismut et H. Gillet ; voir [1]) ; il s'agit là d'un résultat spectaculaire, où l'analyse spectrale rencontre la géométrie algébrique arithmétique dans un théorème dont la véritable portée reste encore largement inconnue ;
- la démonstration (avec H. Gillet) d'une conjecture de Serre sur les invariants universels du groupe de Grothendieck des variétés (voir [2]).

Voici enfin quelques éléments biographiques sur C. Soulé.

C. Soulé est né en 1951 et a été élève de l'école normale supérieure au début des années 1970. Il est entré au CNRS comme attaché de recherches en 1974. Il fera toute sa carrière dans cette institution. Il devient directeur de recherches de deuxième classe en 1986, avant d'être promu à la première classe en 1990. Il arrive à l'Institut des hautes études scientifiques (IHÉS) en

1984, un centre de recherches qu'il n'a jamais quitté depuis, à part pour un séjour scientifique d'un an à Harvard en 1990. Pendant ce séjour, il donne un cours sur ses travaux en théorie d'Arakelov. Les notes de ce cours donneront lieu à un livre qui est encore une référence incontournable.

C. Soulé a été conférencier au congrès international des mathématiciens à deux reprises. La première fois à Varsovie en 1983 et la deuxième fois (pour exposer les travaux de V. Voevodsky) à Péking en 2002. Il a par ailleurs obtenu la médaille de bronze du CNRS en 1979 ainsi que deux prix de l'Académie des sciences – le prix J. Ponti en 1985 et le prix Ampère en 1993.

Il a été élu membre correspondant de l'Académie des sciences le 3 mars 1997, puis membre plein le 12 novembre 2001.

C. Soulé n'a eu qu'un petit nombre d'élèves. Il s'agit de Florence Lecomte et Bruno Kahn (en K-théorie) ainsi que de Laurent Lafforgue, Damian Rössler, Nicusor Dan et Javier Fréсан (en théorie d'Arakelov).

Annexe. Programme de la conférence

Schedule:

Monday

8.45 registration, coffee

9.30 Gillet

10.45 Kahn

14.00 Bost

15.00 registration, coffee

15.45 Kramer

17.00 Moriwaki

Tuesday

9.15 Chen

10.15 coffee

10.45 Scholl

14.00 Ton

15.15 Gangl

17.30 reception in the townhall of Toulouse

Wednesday

9.15 Bismut

10.15 coffee

10.45 Déglise

14.00 Voisin

15.00 coffee

15.30 Burgos

Program:

J.-M. Bismut. — Laplacien hypoelliptique et torsion analytique

Pour une projection propre projective, le théorème de Riemann-Roch-Grothendieck exprime le caractère de Chern de l'image directe d'un fibré holomorphe comme intégrale dans la fibre de classes caractéristiques. Les travaux de Gillet, Lebeau, Soulé, et moi-même ont raffiné ce résultat au niveau des formes différentielles. Les formes de torsion analytique holomorphes explicitent ce raffinement. Dans l'exposé, je montrerai que sans aucune hypothèse sur l'espace total de la projection, quand l'image directe est localement libre, la théorie du laplacien hypoelliptique permet d'obtenir une version du théorème de Riemann-Roch-Grothendieck dans la cohomologie de Bott-Chern. La torsion analytique associée au laplacien hypoelliptique possède des propriétés proches de la torsion analytique elliptique. On obtient une formule de comparaison entre métriques de Quillen elliptiques et hypoelliptiques, qui fait intervenir le genre R de Gillet et Soulé.

J.-B. Bost. — Inégalités en géométrie d'Arakelov et constantes optimales

Divers résultats de géométrie d'Arakelov prennent la forme d'inégalités reliant des degrés d'Arakelov ou des nombres d'intersection arithmétique associés à des objets tels que des variétés projectives sur des corps de nombres, ou des cycles algébriques ou des fibrés vectoriels sur de telles variétés. Comparées à leurs avatars concernant des objets sur des corps de fonctions, ces inégalités font intervenir des constantes dépendant des invariants géométriques des objets concernés. Cet exposé discutera le rôle de ces constantes dans les applications diophantiennes, ainsi que diverses questions posées par la détermination de leur valeur optimale.

J.-I. Burgos. — On the arithmetic Riemann-Roch theorem

The arithmetic Riemann Roch theorem is one of the cornerstones of Arakelov theory and is due, among other mathematicians to C. Soulé. In this talk we will explain how to generalize the holomorphic analytic torsion forms of Bis-

mut and Köhler to non smooth projective morphism and use it to derive an arithmetic Riemann-Roch theorem for morphisms that are not necessarily smooth at the generic fibre.

H. Chen. — Corps d'Okounkov et positivité locale en géométrie d'Arakelov

On explique comment associer à un système linéaire gradué convenable d'un fibré inversible gros un corps convexe qui décrit la positivité locale du système linéaire gradué. Ensuite, on discute les applications de cette construction dans la géométrie d'Arakelov.

F. Déglise. — Une formule de Riemann-Roch résiduelle

La topologie algébrique a depuis longtemps interprété le théorème de Riemann-Roch dans le cadre de la théorie de l'orientation des théories cohomologiques. J'expliquerai comment utiliser la théorie homotopique stable de Morel et Voevodsky pour obtenir cette version du théorème de Riemann-Roch dans un cadre arithmétique. Chemin faisant, on mettra au jour une forme de ce théorème qui fait intervenir les résidus plutôt que les morphismes de Gysin.

H. Gangl. — Perfect forms, K-theory and the cohomology of modular groups

The classical Voronoi cell complex attached to a space of rank N quadratic forms gives detailed information both on homology with Steinberg coefficients of $GL_N(R)$ for a number ring R , whence also on certain $K_m(R)$, and on the cohomology of $GL_N(R)$. We recall how those objects are related and investigate in particular the cases where R denotes the integers, with $N \leq 7$ (joint with Elbaz-Vincent and Soule), or the Gaussian integers, with $N \leq 4$ (joint with Yasaki, Dutour, Schuermann et al.).

H. Gillet. — Higher Derivations and Descent in Characteristic p

In characteristic 0 the Kodaira-Spencer class is the obstruction to a family of curves being isotrivial, and more generally one knows that if X a projective variety over an algebraically closed field K of characteristic zero, then it is defined over the fixed field of all the derivations of K which lift to X . I shall describe how one may use higher derivations, in the sense of Hasse-Schmidt, to obtain a similar result in positive characteristic.

B. Kahn. — Sur les conjectures de Hodge et de Tate généralisées pour les produits de courbes elliptiques

Il est connu qu'un produit de courbes elliptiques sur \mathbb{C} vérifie la conjecture de Hodge, et qu'un produit de courbes elliptiques sur un corps fini vérifie la conjecture de Tate. Qu'en est-il pour les conjectures généralisées correspondantes? La réponse est oui pour un produit de courbes elliptiques

'en position générale'. Le premier cas de position non générale est celui de quatre courbes à multiplication complexe par des corps quadratiques imaginaires non linéairement disjoints. Si B désigne le produit de ces courbes, il existe une variété abélienne A simple de dimension 4, à multiplication complexe par le composé des corps quadratiques ci-dessus, telle que la conjecture de Hodge (resp. de Tate) généralisée pour $N^1H^4(B)$ soit 'contrôlée' par certains cycles de Hodge (resp. de Tate) explicites, de codimension 3 sur $A^2 \times B$. L'algébricité de ces cycles est – pour l'orateur – une question ouverte.

J. Kramer. — A remark on a result of Parshin

In our talk we will discuss effective bounds for Faltings's delta function for compact Riemann surfaces of genus $g > 1$ arising in families parametrized by a compact Riemann surface. As an example our results can be applied to a construction of Parshin in which he associates to a smooth projective curve X of genus $g > 1$, a family of smooth projective curves covering the original curve with prescribed ramification.

A. Moriwaki. — Generalized Hodge index theorem on arithmetic varieties

I would like to talk on the generalized Hodge index theorem on arithmetic varieties, which is closely related to the works of Prof. Soulé. Moreover, I will give a recent development of the equality condition of the generalized Hodge index theorem.

A. Scholl. — NA

B. Toën. — Cyclic homology and symplectic structures in derived algebraic geometry

We use negative cyclic homology to define the notion of shifted symplectic structure on a commutative dg-algebra, and by descent techniques on any derived schemes or stacks. The main theorem states that the derived mapping stack from an oriented object to a symplectic target carries a canonical symplectic structures. This result is used to construct many examples: moduli of sheaves on CY varieties, local systems on compact oriented topological manifolds. . . If times permits I will explain what quantization means in this setting.

C. Voisin. — Coniveau de la cohomologie et cycles algébriques

Le fait que la taille des groupes de Chow contrôle le coniveau géométrique de la cohomologie est bien compris grâce aux travaux de Mumford sur les zéros-cycles et leurs développements ultérieurs. La conjecture de Bloch prédit inversement que le coniveau de la cohomologie contrôle la taille des groupes de Chow. Nous montrons qu'un tel résultat résulte de la conjecture de Lef-

schetz standard, pour les variétés obtenues comme intersections complètes d'hypersurfaces très amples dans une variété à groupes de Chow triviaux.

Participants:

Anthony Blanc (Montpellier)
Jean-Pierre Bourguignon (Paris)
François Chargois (Nancy)
Robin de Jong (Leiden)
Javier Fresan (Paris)
Michael Harris (Paris)
Benjamin Göbel (Hamburg)
Ariyan Javanpeykar (Paris)
Shu Kawaguchi (Kyoto)
Johannes Kolb (Regensburg)
Ulf Khn (Hamburg)
Klaus Knemmann (Regensburg)
Michael Lapidus (Riverside, California)
Florence Lecomte (Strasbourg)
Steffen Müller (Hamburg)
Alberto Navarro (Madrid)
Amilcar Pacheco (Rio de Janeiro)
Jakob Scholbach (Münster)
Christophe Soulé (Paris)
Shun Tang (Bonn)
Kazuhiko Yamaki (Kyoto)

Bibliographie

- [1] GILLET (H.) and SOULÉ (C.). — An arithmetic Riemann-Roch theorem, *Invent. Math.* 110, no. 3, p. 473-543, DOI 10.1007/BF01231343 (1992).
- [2] GILLET (H.) and SOULÉ (C.). — Descent, motives and K-theory, *J. Reine Angew. Math.* 478, p. 127-176, DOI 10.1515/crll.1996.478.127 (1996).
- [3] GILLET (H.) and SOULÉ (C.). — Intersection theory using Adams operations, *Invent. Math.* 90, no. 2, p. 243-277, DOI 10.1007/BF01388705 (1987).
- [4] SOULÉ (C.). — On the 3-torsion in $K_4(\mathbb{Z})$, *Topology* 39, no. 2, p. 259-265, DOI 10.1016/S0040-9383(99)00006-3 (2000).