

P. GARBE

Recherches expérimentales sur le rayonnement

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 1^{re} série, tome 1, n° 3 (1887), p. F65-F91

http://www.numdam.org/item?id=AFST_1887_1_1_3_F65_0

© Université Paul Sabatier, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Annales de la faculté des sciences de Toulouse » (<http://picard.ups-tlse.fr/~annales/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Expérience du 21 avril 1884.

Micromètre à 7,35, $\lambda = 0^{\mu},700$.

$a = 1,853$, $b = 2,89$, $c = 2,08$.

	Galvanomètre.			Intensités en ampères.	Énergies en volt-ampères.
	Position.	Zéro.	Déviati.on.		
I.....	399,5	242,3	157,2	1,60	16,53
II.....	390,2	243,0	147,2	1,50	14,70
III.....	374,0	243,9	130,1	1,327	11,77
IV.....	{ 362,8 362,4 }	245,0	117,6	1,200	9,80
V.....	348,7	246,1	102,6	1,046	7,56
VI.....	343,7	246,6	97,1	0,990	6,82

	Heure de l'observation.	Correction θ .	Intensités lumineuses				Signe de la différence O.—C.	
			Nicol.	α .	obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{\theta} \times 10^5$.	calculées.		
I.....	h m 12. 9	390	175.20' 106. 0	0. 69.20	448,7	438,6	+	
II.....	15	392	158. 0 106. 0	0. 52. 0	316,8	318,9	—	
III.....	35	395	142. 0 106. 0	0. 36. 0	174,9	174,0	+	
IV.....	{ 50 1. 2 }	{ 391 396 }	{ 132.30 106. 0 143.35 106. 0 }	{ 0. 26.30 37,35 187,8 }	{ 101,7 101,7 }	105,5	—	
V.....	10	397	130.40 106. 0	0. 24.40	87,6	47,4	46,7	+
VI.....	24	400	126.35 106. 0	0. 20.35	61,7	33,5	33,0	+

Marche du cercel.

h m s	h m s	h m s
12. 6.41	12.39.22	1.12.13
13.11	45.55	18.49
19.43	52.26	25.29
26.16	59. 0	
32.47	1. 5.36	

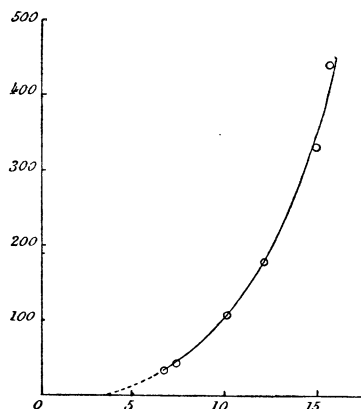
I. — Fac. de T.

F.9

Représentation graphique.

Les résultats précédents ont été traduits en courbes ayant pour abscisses les énergies et pour ordonnées les intensités lumineuses. Nous donnons ici (*fig. 11*) la courbe correspondant au dernier Tableau ($\lambda = 0^{\mu}, 700$), non

Fig. 11.



pas à cause de la régularité des observations, qui laisse toujours à désirer dans ces régions extrêmes du spectre, mais parce qu'elle suit le phénomène jusqu'aux énergies élevées. Pour obtenir une aussi longue course, on a dû, pour les fortes intensités du courant, réduire, au moyen d'un second nicol, l'intensité du faisceau venu de la lampe Maxim. Aux faibles énergies, ce nicol était ramené parallèlement à la section de l'autre, et il suffisait d'une expérience de raccord (n° IV du Tableau) pour rendre ces deux périodes comparables.

Calcul des résultats. Choix d'une formule.

On a essayé de traduire ces courbes en formules, afin de mettre en évidence ce qui, dans chacune d'elles, peut caractériser la radiation dont elle représente la marche. On voit d'abord, par l'exemple précédent, que, à mesure que l'énergie diminue, ces courbes se rapprochent de plus en plus de l'axe des abscisses, sans que l'expérience nous permette de dire si elles le rencontrent avant l'origine des énergies ou à cette origine même.

Dans le premier cas, il y aurait une énergie pour laquelle la radiation

considérée prendrait naissance ; dans le second cas, la radiation existerait aux températures les plus basses et ne deviendrait appréciable à nos moyens d'observation que lorsque, l'énergie croissant constamment, elle finirait par acquérir une intensité suffisante. C'est à cette dernière hypothèse que s'arrête de la Provostaye (¹), la considérant « comme plus susceptible d'être soumise à quelques vérifications expérimentales ». C'est aussi conformément à cette manière de voir qu'a été établie la formule de M. Violle $r = m T b^{T^3} a^T$; mais ces deux savants se sont bien gardés d'appuyer sur un raisonnement un simple choix fait entre deux hypothèses *a priori* aussi admissibles l'une que l'autre. C'est cependant ce qui a été fait par certains auteurs (²), au moyen d'une application inexacte de la loi des pouvoirs émissif et absorbant. De ce fait évident que les corps, à basse température, sont capables d'absorber des rayons de toute réfrangibilité, on a cru pouvoir conclure qu'ils étaient également capables de les émettre dans les mêmes conditions. Mais, de même que le pouvoir absorbant A d'un corps, à une certaine température et pour une certaine longueur d'onde, n'est qu'un nombre ou l'expression du rapport de deux quantités, de même le pouvoir émissif du même corps, dans ces conditions de température et de longueur d'onde, n'est que le rapport $\frac{E}{e}$ des intensités de cette même radiation émise par le corps et par le noir de fumée. On a donc

$$\frac{E}{e} = A ;$$

c'est dans ce sens que la loi a été affirmée expérimentalement par de la Provostaye et Desains pour les faisceaux de chaleur obscure ; c'est ainsi qu'elle a été étendue par M. Kirchhoff aux radiations simples de toute réfrangibilité. A peut donc avoir une valeur finie, bien que E soit nul : il suffit que e soit également nul, c'est-à-dire qu'à la température considérée le noir de fumée et, par suite, tous les corps soient incapables d'émettre la radiation dont il s'agit. Il résulte de là cette conséquence que tous les corps commencent à émettre une radiation déterminée à la même température. C'est, d'ailleurs, l'opinion de M. Kirchhoff (³), et M. E. Becquerel l'a

(¹) *Considérations théoriques sur la chaleur rayonnante (Annales de Chimie et de Physique, 3^e série, t. LXVII, p. 37).*

(²) LECHER, *Wiedemann's Annalen*, Bd. XVII, p. 495.

(³) *Annales de Chimie et de Physique, 3^e série, t. LXII, p. 179.*

adoptée dans le travail précédemment cité, en supposant, pour la température θ d'émission des rayons rouges la valeur de 500° . On n'a pas cru devoir faire ici une hypothèse différente ; seulement, on a regardé comme indéterminée l'énergie pour laquelle une radiation prend naissance, laissant au calcul de décider si cette constante est nulle ou si elle possède une valeur particulière à chaque radiation et que les expériences pourront fixer, du moins approximativement.

En ce qui concerne la portion de la courbe relative aux fortes énergies, on voit que, même pour des longueurs d'onde voisines de la raie A et pour les plus vives incandescences de la lampe, elle ne paraît pas s'approcher d'un maximum que de la Provostaye (¹), parmi les hypothèses qu'il émet sur le développement des radiations, envisage comme possible, sans s'y arrêter d'ailleurs. D'un autre côté, ces courbes ne paraissent asymptotes à aucune direction et la forme exponentielle ne semble pas leur convenir. Il n'y a pas à s'en étonner, du reste : en admettant comme exacte la formule de M. Violle, $r = mTb^{\tau^3}a^{\tau}$, et en se rappelant que, d'après la loi de Stefan et surtout d'après celle de Dulong et Petit, l'énergie rayonnée croît rapidement avec la température, on voit qu'une exponentielle de la forme de celle de M. Violle, où la variable serait l'énergie, croîtrait avec une rapidité que l'inspection des courbes n'indique pas. Celles-ci, par contre, semblent se rapprocher de la forme parabolique, et c'est en vertu de ces considérations que l'on a essayé de les représenter par la formule

$$y = a(x - b)^c,$$

dans laquelle y est l'intensité lumineuse et x l'énergie rayonnée. Les quantités a , b , c sont des fonctions de la longueur d'onde que l'expérience devra déterminer. En particulier, b est l'énergie du rayonnement au moment où naît la radiation considérée ; et, à moins d'être nulle identiquement, elle dépendra des conditions de la lampe. Au contraire, c doit être un coefficient propre à chaque longueur d'onde et indépendant de la lampe sur laquelle on opère.

Le calcul des trois constantes a , b , c , pour une radiation donnée λ , se faisait de la manière suivante : soient trois points $M(x, y)$, $M'(x', y')$, $M''(x'', y'')$ de la courbe, tels que $x < x' < x''$; on a le système d'équa-

(¹) *Loc. cit.*

tions

$$(1) \quad \begin{cases} y = a(x - b)^c, \\ y' = a(x' - b)^c, \\ y'' = a(x'' - b)^c; \end{cases}$$

on en tire

$$(2) \quad \begin{cases} \left(\frac{y}{y'}\right)^{\frac{1}{c}} = \frac{x - b}{x' - b} = \alpha, \\ \left(\frac{y}{y''}\right)^{\frac{1}{c}} = \frac{x - b}{x'' - b} = \beta, \end{cases}$$

avec la relation

$$(3) \quad \frac{\log \beta}{\log \alpha} = \frac{\log \frac{y}{y''}}{\log \frac{y}{y'}} = \mu,$$

d'où

$$(4) \quad \beta = \alpha^\mu.$$

Des relations (2) on déduit

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{x - b}{x' - x} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}, \\ \frac{x - b}{x'' - x} = \frac{\beta}{1 - \beta} \end{cases}$$

et enfin

$$(6) \quad \frac{\alpha(1 - \beta)}{\beta(1 - \alpha)} = \frac{x'' - x}{x' - x} = \rho,$$

avec la condition $\rho > 1$.

En éliminant β entre cette équation et l'équation (4), on a

$$(7) \quad \frac{\alpha(1 - \alpha^\mu)}{\alpha^\mu(1 - \alpha)} = \rho,$$

expression dans laquelle, ρ et μ étant donnés, on obtiendra la valeur de α .

On voit déjà que l'équation admet la solution $\alpha = 0$, qui est inadmissible, puisqu'elle supposerait $y = 0$ avec $y' \geq 0$. En supprimant cette solution, l'équation devient

$$(8) \quad (\rho - 1)\alpha^\mu - \rho\alpha^{\mu-1} + 1 = 0.$$

Puisque l'on a $\rho > 1$, les coefficients sont positifs; le premier membre

présente donc deux variations, et par suite, quel que soit μ (Laguerre), le nombre des racines positives est au plus égal à deux. Or, la valeur $\alpha = 1$, qui satisfait à l'équation, ne peut être admise si $y \geq y'$, comme nous l'avons supposé. Il ne reste donc qu'une seule racine positive, laquelle conviendra au problème et doit être inférieure à 1, d'après l'équation (2).

L'équation (8) ne peut être résolue par rapport à α que par approximations successives, tant que μ est un nombre quelconque, entier ou fractionnaire ; mais il est possible de disposer de μ , de façon à pouvoir écrire immédiatement l'expression de la solution cherchée.

Soit d'abord $\mu = 2$; l'équation (8) devient

$$(\rho - 1)\alpha^2 - \rho\alpha + 1 = 0$$

ou, en supprimant $\alpha - 1 = 0$,

$$(A) \quad \alpha = \frac{1}{\rho - 1}.$$

La condition $\mu = 2$ équivaut d'ailleurs à la suivante :

$$\begin{aligned} \log \frac{y}{y''} &= 2 \log \frac{y}{y'}, \\ y'^2 &= y y''. \end{aligned}$$

Les points $M(x, y)$, $M''(x'', y'')$ ayant été pris aux deux extrémités de la courbe supposée construite, l'ordonnée du point moyen M' s'en déduira par la relation précédente, et la courbe donnera l'abscisse x' correspondante : on connaîtra ainsi la valeur de ρ et, par suite, celle de α qui, par la première des équations (2), donnera l'exposant c .

Ce mode de calcul a dû être abandonné ; le point M' que l'on obtient ainsi par une moyenne proportionnelle est, en général, trop rapproché du point M pour bien déterminer la courbe. D'un autre côté, il est clair que des valeurs de μ supérieures à 2 ne feraient que rapprocher M' de M . En effet, la formule (3) montre que, μ allant en croissant de 1 à ∞ , le point M va de M'' en M . Il faut donc donner à μ des valeurs comprises entre 1 et 2, c'est-à-dire des valeurs fractionnaires.

Prenons $\mu = \frac{3}{2}$; l'équation (8) devient

$$(\rho - 1)\alpha^{\frac{3}{2}} - \rho\alpha^{\frac{1}{2}} + 1 = 0.$$

En posant $z^2 = \alpha$, on a

$$(\rho - 1)z^3 - \rho z + 1 = 0;$$

supprimant la solution $z - 1 = 0$ et résolvant,

$$\begin{aligned} (\rho - 1)z^2 + (\rho - 1)z - 1 &= 0, \\ (B) \quad z &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + \frac{4}{\rho - 1}}}{2}. \end{aligned}$$

Le signe $-$ ne convient pas au problème, puisqu'il donnerait une valeur de z plus grande que 1 en valeur absolue et, par suite, $\alpha > 1$, contrairement à (2). Cette relation $\mu = \frac{3}{2}$ entraîne la condition suivante, à laquelle doivent satisfaire les trois ordonnées :

$$\begin{aligned} \log \frac{y}{y''} &= \frac{3}{2} \log \frac{y}{y'}, \\ \log y - \log y'' &= \frac{3}{2} \log y - \frac{3}{2} \log y', \\ \log y' &= \frac{1}{3} (\log y + 2 \log y''). \end{aligned}$$

Ayant donc pris, comme tout à l'heure, les points M, M' aux deux extrémités de la courbe, on calculera y' par cette relation ; la courbe donnera x' . Par là, on connaît ρ , puis z , et la première des équations (2) donne alors

$$c = \frac{\log y - \log y'}{2 \log z}.$$

En posant $x'' - x' = d'$, $x' - x = d$, l'équation (B) peut s'écrire

$$(B') \quad z = \frac{\sqrt{1 + 4 \frac{d}{d'}} - 1}{2}.$$

Les équations (B) donneront $2 \log z$, d'où l'on déduit z^2 et par suite b , d'après la première des équations (5)

$$b = x - d \frac{z^2}{1 - z^2},$$

ou, si l'on veut supposer calculé l'exposant c , on déduira de l'équation (2) la valeur de α

$$\left(\frac{y}{y'} \right)^{\frac{1}{c}} = \alpha,$$

qu'on portera ensuite dans l'expression précédente de b , écrite ainsi :

$$b = \frac{x - \alpha x'}{1 - \alpha}.$$

Pour calculer enfin α , on fait, pour tous les points donnés par l'expérience, la différence

$$\log y - \log (x - b)^c = \log \alpha,$$

et l'on prend la moyenne des valeurs ainsi trouvées pour $\log \alpha$ et supposées peu différentes.

C'est par ce moyen qu'ont été calculés les coefficients a , b , c inscrits en tête des Tableaux précédents. On voit, par la courbe (*fig. 11*) et malgré les causes d'incertitude signalées plus haut, que la forme parabolique, d'après laquelle cette courbe a été tracée, semble devoir représenter très fidèlement l'intensité mécanique d'une radiation en fonction de l'énergie du flux total. C'est ici le moment de rappeler que M. E. Becquerel avait été conduit à une expression analogue et qui, pour les rayons transmis par le verre rouge, serait la suivante :

$$I = B(M - m)^3.$$

Dans cette formule, M. E. Becquerel supposait déterminée la valeur de m . Les expériences n'ayant porté, d'ailleurs, que sur ces radiations rouges, on ne peut rien en déduire relativement à la variation de l'exposant avec la longueur d'onde. Néanmoins on remarquera que la valeur de cet exposant est notablement supérieure à la valeur 2,15 que les expériences actuelles, ainsi que nous le verrons plus loin, tendent à attribuer aux radiations moyennes (0^m,670) que transmet le verre rouge. Les verres colorés, cependant, quelque insuffisants qu'ils soient pour séparer les radiations, ne peuvent être la cause unique de cette divergence. Ne peut-on en trouver la raison dans la nature différente des deux corps incandescents, à savoir un fil de platine dans les expériences de M. E. Becquerel et un filament de charbon dans les circonstances actuelles? En se reportant aux résultats expérimentaux relatifs à la loi de Stefan, n'est-il pas permis de penser qu'ici encore le pouvoir émissif du platine pour les radiations rouges a été en augmentant avec la température, tandis que le pouvoir émissif du filament de charbon est resté sensiblement le même que celui du noir de fumée dans les mêmes conditions? Ces considérations suffiraient à justifier l'emploi que l'on a cru devoir faire ici du charbon des lampes à incandescence, de préférence aux métaux, et malgré la légère incertitude qui subsiste à l'endroit de la construc-

tion de ces lampes. C'est, du reste, pour dégager la valeur de c de ces incertitudes que de nouvelles expériences ont été faites sur une seconde lampe, d'un type tout différent. C'est une lampe Swan dont il a déjà été question précédemment (p. 51). Les Tableaux qui suivent donnent les résultats relatifs à des radiations à peu près régulièrement espacées dans toute l'étendue du spectre ; sauf dans la partie jaune où, pour des raisons qui seront indiquées plus loin, on a effectué quelques déterminations sur une longueur d'onde ($0^{\mu},595$) voisine de celle du sodium.

La position d'extinction du nicol ayant toujours été réglée à zéro, il a été inutile de reproduire dans les Tableaux cette position zéro, et la position du nicol donne la valeur de α . En outre, comme, dans ces déterminations faites avec l'électromètre Thomson, on faisait, de temps en temps, des mesures directes de la différence de potentiel, sans se reporter à la courbe des énergies, on a cru bon d'indiquer cette opération, en ajoutant au Tableau des mesures électriques une colonne donnant les différences de potentiel aux bornes de la lampe, exprimées en volts.

Expérience du 1^{er} mai 1885.Micromètre à 7,20, $\lambda = 0^{\mu},709$ (près de A), $a = 0,3503$, $b = 1,417$, $c = 2,03$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergies en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviations.			
I.....	255,0	80,0	175,0	1,785	12,00	21,35
II.....	255,0	85,3	169,7	1,731	11,41	19,76
III.....	255,0	97,3	157,7	1,608	10,44	16,80
IV.....	»	107,3	147,7	1,506	9,73	14,66
V.....	255,1	118,8	136,3	1,390	8,97	12,47
VI.....	255,4	130,5	124,9	1,274	8,17	10,42
VII.....	255,4	140,9	114,5	1,168	7,52	8,78

	Heure de l'observation.	Correction 9.	Nicol α .	Intensités lumineuses		Signe de la différence O. — C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3\theta} \times 10^3$.	Calculées.	
I.....	5 ^h 50 ^m	408	61.40'	126,5	125,0	+
II.....	58	408	52.30	102,8	105,6	—
III.....	6. 6	408	44.30	80,2	74,0	+
IV.....	11	408	35.30	55,1	54,5	+
V.....	22	409	30.15	41,3	38,0	+
VI.....	30	412	22.20	23,4	24,9	—
VII.....	38	412	18.45	16,6	16,5	+

Marche du cercel.

5.46.48 ^{h m s}	»	6.27.38 ^{h m s}
»	6 ^h 14 ^m 0 ^s	»
6. 0.24	»	41.22

Expérience du 30 avril 1885.

Micromètre à 7,57, $\lambda = 0^{\mu}, 686$ (raie B),

$a = 0,2511$, $b = 2,01$, $c = 2,12$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Energies en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviati.on.			
I.....	256,8	88,4	168,4	1,717	11,31	19,43
II.....	257,0	90,6	166,4	1,697	11,18	18,98
III.....	257,7	102,7	155,0	1,581	10,24	16,20
IV.....	257,8	112,1	145,7	1,486	9,64	14,27
V.....	257,7	122,2	135,5	1,382	8,92	12,33
VI.....	257,8	132,0	125,8	1,283	8,25	10,59
VII.....	257,7	142,2	115,5	1,178	7,56	8,90
VIII.....	257,8	154,6	103,2	1,052	6,74	7,10

	Heure de l'observation.	Correction θ .	Nicol α .	Intensités lumineuses		Signe de la différence O. — C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3\theta} \times 10^3$.	Calculées.	
I.....	4.29 ^{h m}	409	54.30'	107,9	107,7	+
II.....	38	409	51.30	99,8	100,5	—
III.....	48	409	40.50	69,6	69,7	--
IV.....	56	409	34.15	51,6	51,1	+
V.....	5. 1	409	27.50	35,4	35,5	--
VI.....	8	409	22.50	24,5	24,0	+
VII.....	14	409	17.40	15,0	15,09	—
VIII.....	24	409	12.45	7,99	7,93	+

Marche du carcel.

4.21.30 ^{h m s}	4.48.46 ^{h m s}	5.16. 2 ^{h m s}
»	»	»
35. 8	5. 2.24	29.40
»	»	

Expérience du 6 avril 1885.

Micromètre à 8,67, $\lambda = 0^{\mu},635$, $a = 0,1789$, $b = 1,71$, $c = 2,30$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergies en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviations.			
I.....	249,9	85,8	164,1	1,673	11,01	18,42
II.....	250,2	94,6	155,6	1,587	10,30	16,34
III.....	250,3	103,5	146,8	1,497	9,68	14,49
IV.....	250,5	126,7	123,8	1,262	8,11	10,23
V.....	250,7	139,8	110,9	1,131	7,28	8,23
VI.....	251,1	152,6	98,5	1,004	6,44	6,46
VII.....	251,6	162,5	89,1	0,908	5,87	5,33
VIII.....	252,0	173,8	78,2	0,797	5,20	4,14

	Heure de l'observation.	Correction θ.	Nicol α.	Intensités lumineuses		Signe de la différence O. — C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3} \times 10^5$.	Calculées.	
I.....	7.43 ^m	420	59.15'	117,2	116,8	+
II.....	50	419	47.15	85,7	86,0	—
III.....	8. 2	420	38.45	62,2	63,0	—
IV.....	17	423	23.20	24,7	24,7	0
V.....	25	422	17.20	13,9	13,4	+
VI.....	32	422	11.20	6,1	6,5	—
VII.....	39	421	8.25	3,4	3,4	0
VIII.....	46	422	5.25	1,4	1,4	0

Marche du cercel.

7.38.47 ^{h m s}	8. 6.48 ^{h m}	8.34.54 ^{h m s}
45.47	13.47	41.53
52.46	20.50	48.57
59.46	27.52	

Expérience du 30 mai 1885.

Micromètre à 9,80, $\lambda = 0^{\mu},595$,

$a = 0,1516$, $b = 2,00$, $c = 2,48$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergies en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviati.on.			
I.....	255,7	93,8	161,9	1,651	10,75	17,73
II.....	255,7	98,1	157,6	1,607	10,44	16,78
III.....	256,0	116,3	139,7	1,425	9,19	13,10
IV.....	256,0	132,2	132,2	1,348	8,70	11,73
V.....	257,3	167,4	89,9	0,917	5,85	5,37

	Heure de l'observation.	Correction θ .	Nicol α .	Intensités lumineuses		Signe de la différence O. — C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3\theta} \times 10^5$.	Calculées.	
I.....	h m 11.58	400	68.30'	144,2	141,6	+
II.....	12.15	396	57.30	119,7	121,2	—
III.....	43	395	35.30	56,9	59,5	—
IV.....	57	394	30.45	44,1	43,0	+
V.....	1.20	394	7.45	3,09	3,09	0

Marche du cercel.

h m	»	h m s
11.53.5	»	12.59.4
»	12 ^h 32 ^m 48 ^s	»
12. 6.25	»	1. 12.13
»	45.57	»
19.37	»	25.18

Expérience du 24 avril 1885.

Micromètre à 10, $\lambda = 0^{\mu},5888$ (raie D), $a = 0,1104$, $b = 1,918$, $c = 2,54$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergies en volts ampères.
	Zéro.	Position.	Déviations.			
I.....	262,4	104,3	158,1	1,612	10,48	16,91
II.....	262,8	121,2	141,6	1,444	9,33	13,49
III.....	262,5	139,0	123,5	1,260	8,08	10,18
IV.....	263,0	154,3	108,7	1,108	7,12	7,89
V.....	263,5	165,4	98,1	1,000	6,41	6,41
VI.....	263,6	180,8	82,8	0,844	5,42	4,57
VII.....	264,0	190,7	73,3	0,747	4,89	3,66

	Heure de l'observation.	Correction θ .	Nicol α .	Intensités lumineuses		Signe de la différence O. — C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3\theta} \times 10^5$.	Calculées.	
I.....	12.55 ^{h m}	411	55° 0'	108,0	107,5	+
II.....	1. 2	410	35.40	55,2	55,7	—
III.....	7	411	22.30	23,7	23,7	0
IV.....	16	411	14.30	10,2	10,4	—
V.....	26	411	10.15	5,1	5,06	+
VI.....	32	413	5.25	1,45	1,33	+
VII.....	39	414	3. 5	0,46	0,46	0

Marche du carcel.

h m s	h m s	h m s
12.52.57	12.13.29	12.34. 4
59.48	20.20	40.58
6.38	7.11	

Expérience du 23 mai 1885.

Micromètre à 12,56, $\lambda = 0^{\mu}, 526$ (raie E),

$a = 0,0651$, $b = 2,12$, $c = 2,87$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergies en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviati.on.			
I.....	257,3	100,0	157,3	1,604	10,43	16,73
II.....	257,4	104,3	153,1	1,561	10,12	15,80
III.....	257,5	107,0	150,5	1,535	9,97	15,31
IV.....	258,8	115,3	143,5	1,463	9,49	13,88
V.....	261,8	137,8	124,0	1,264	8,13	10,29
VI.....	261,5	175,2	86,3	0,880	5,68	5,00

	Heure de l'observation.	Correction θ .	Nicol α .	Intensités lumineuses		Signe de la différence O.—C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3\theta} \times 10^4$.	Calculées.	
I.....	4. ^h 20. ^m	408	70.15'	144,6	144,1	+
II.....	31	404	57.50	118,2	119,0	—
III.....	37	404	53.30	106,6	106,9	—
IV.....	43	404	43.30	78,1	77,2	+
V.....	55	404	24. 0	27,2	27,1	+
VI.....	5.15	402	5.10	1,35	1,36	—

Marche du cercel.

^h 4.16. ^m 35. ^s	^h 4.43. ^m 18. ^s	^h 4.10. ^m 30. ^s
»	»	17.10
30.10	57. 6	
»	»	

Expérience du 5 juillet 1885.

Micromètre à 15,0, $\lambda = 0^{\mu},486$ (raie F). $a = 0,02275$, $b = 2,38$, $c = 3,15$.

	Galvanomètre.			Intensités du courant en ampères.	Différence de potentiel en volts.	Énergies en volts-ampères.
	Zéro.	Position.	Déviatiou.			
I.....	245,0	84,7	160,3	1,635	10,64	»
II.....	245,1	87,0	158,1	1,612	10,48	»
III.....	244,8	92,7	152,1	1,551	10,09	»
IV.....	245,8	112,0	133,8	1,364	8,78	»
V.....	245,8	122,0	123,8	1,262	8,10	»
VI.....	247,2	134,0	113,2	1,154	7,42	»
VII.....	247,5	145,4	102,1	1,041	6,68	»
VIII....	247,3	154,3	93,0	0,948	6,06	»

	Heure de l'observation.	Correction θ .	Nicol α .	Intensités lumineuses		Signe de la différence O. - C.
				Obs. = $\frac{2 \sin^2 \alpha}{3\theta} \times 10^5$.	Calculées.	
I.....	7.50 ^{h m}	401	58.40 ^{c'}	121,2	116,5	+
II.....	8. 0	401	52. 0	103,2	105,0	-
III.....	22	400	43. 0	77,5	78,8	-
IV.....	45	401	24.40	28,9	28,4	+
V.....	52	401	17.10	14,4	15,0	-
VI.....	9. 0	402	12.20	7,53	7,11	+
VII.....	7	402	7. 0	2,46	2,70	-
VIII.....	12	401	4.40	1,10	1,06	+

Marche du cercel.

h. m. s	h. m. s	h. m.
7.47.53	»	8.54.37
»	8 ^h 27 ^m 55 ^s	»
8. 1.15	»	9. 8. 1
»	14.16	14.41
14.35	»	21.22

II. — ÉTUDE DES CONSTANTES DE LA FORMULE.

En jetant un coup d'œil sur ces Tableaux aussi bien que sur ceux qui correspondent à la lampe Maxim, on voit immédiatement que la valeur de c va en augmentant et d'une façon régulière, à mesure que la longueur d'onde diminue, depuis $c = 2,03$ (lampe Swan) pour $\lambda = 0^{\mu}, 709$ jusqu'à $c = 3,20$ (lampe Maxim) pour $\lambda = 0^{\mu}, 486$, et que ces valeurs paraissent indépendantes, du moins comme ordre de grandeur, de la lampe qui les a fournies. Il n'en est pas de même de b , dont les valeurs, du reste, ne sont comparables entre elles que pour une lampe déterminée. D'après l'idée que nous nous sommes faite de l'apparition successive des radiations, cette valeur de b devrait croître avec la réfrangibilité; or, s'il est vrai que, pour la lampe Swan, les valeurs extrêmes $b = 1,41$, $b = 2,38$ satisfont à cette relation, il n'en est pas de même des valeurs intermédiaires qui semblent, jusqu'à un certain point, varier indépendamment de la longueur d'onde. Évidemment il n'en est rien, et tout porte à croire que, puisque ces quantités ne sont pas nulles, elles suivent l'ordre des réfrangibilités, et qu'une marche expérimentale, dirigée dans ce sens, mettrait en évidence leur succession régulière; ce point exigerait à lui seul une étude spéciale. Le seul but que l'on se proposait d'atteindre ici était de déterminer, avec le plus d'exactitude possible, l'élément qui, dans cette expression de l'intensité, caractérise spécialement la radiation, à savoir l'exposant c et, pour cela, on a dû sacrifier les observations aux basses énergies qui seraient surtout efficaces dans la détermination de b , afin de pouvoir étendre l'observation jusqu'aux énergies élevées où l'influence de c devient prédominante. Quant à la valeur de a , elle dépend aussi de λ , mais d'une manière qui ne peut être mise en évidence par nos déterminations actuelles. Il est clair, en effet, que ces valeurs de a n'ont aucun lien entre elles lorsqu'on passe d'une radiation à une autre; elles n'en ont même pas d'une expérience à l'autre, pour une même radiation, puisqu'elles dépendent de la distance des sources à la fente du spectrophotomètre et, en outre, de la portion de la flamme du carcel visée par le nicol.

Variation de c avec la longueur d'onde.

On se rappelle que M. Becquerel, à propos de la formule du rayonnement simple en fonction de la température

$$r = a(e^{b(T-\theta)} - 1),$$

établie par lui pour trois groupes de radiations transmises par des verres rouge, vert et bleu, a donné, comme relation probable entre les bases des exponentielles et la longueur d'onde, l'équation suivante :

$$b\lambda = \text{const.},$$

qui se rapporte au Tableau ci-dessous :

Teinte des rayons qui traversent les verres colorés.	Valeur de b .	Longueur d'onde λ .	Produit $b\lambda$.
Rouges.....	0,00461	670	3,089
Verts.....	0,00543	526	2,856
Bleus.....	0,00657	460	3,022

Est-il possible de formuler ici une relation analogue? Le Tableau suivant, qui se rapporte à toutes les valeurs de c , obtenues soit par la lampe Maxim, soit par la lampe Swan, donne à ce point de vue les valeurs de trois fonctions

$$c\lambda, \quad \lambda \log c, \quad (c - 1)\lambda^2.$$

Longueur d'onde λ .	Valeur de c .	$c\lambda$.	$\lambda \log c$.	$(c - 1)\lambda^2$.
μ 0,709.....	2,03 (Swan)	1,439	0,218	0,517
700.....	2,08 (Maxim)	1,456	0,222	0,529
686.....	2,12 (Swan)	1,455	0,223	0,527
635.....	2,30 »	1,460	0,229	0,524
595.....	2,48 »	1,475	0,234	0,524
5888.....	2,54 »	1,493	0,237	0,532
	2,56 (Maxim)	1,507	0,240	0,536
540.....	2,77 »	1,495	0,238	0,516
526.....	2,87 (Swan)	1,509	0,241	0,517
486.....	3,15 »	1,530	0,242	0,508
	3,20 (Maxim)	1,552	0,245	0,520

Ainsi, la fonction $c\lambda$ va en croissant du rouge au violet; on verrait facilement que $c\lambda^n$, pour n entier et supérieur à 1, va en décroissant; $\lambda \log c$, qui est la fonction analogue de celle de M. Becquerel, ne convient pas davantage. Quant à la fonction $(c - 1)\lambda^2$, on voit qu'elle ne suit aucune marche

régulière et qu'à l'exception de la valeur 0,508 donnée par une courbe, d'ailleurs assez défectueuse, l'écart de part et d'autre de la valeur moyenne 0,522 n'est pas très considérable. Il est à remarquer, toutefois, que la radiation $0^{\mu}, 5888$ du sodium accuse pour c une valeur trop grande. Ce fait s'est reproduit dans presque toutes les déterminations relatives à cette radiation et c'est pour ce motif qu'on a opéré sur la longueur d'onde $0^{\mu}, 595$, voisine de la précédente. On voit donc que, malgré les divergences que présentent encore entre eux les nombres de la dernière colonne, on est autorisé à admettre que l'exposant c de la formule

$$y = a(x - b)^c$$

est lié à la longueur d'onde d'une radiation du spectre lumineux par la relation

$$c = 1 + \frac{\mu}{\lambda^2},$$

où $\mu = 0,522$ lorsque λ est exprimé en millièmes de millimètre.

Détermination de b .

Ainsi qu'on l'a dit précédemment, on ne peut compter sur les déterminations actuelles pour fixer la loi de variation de b avec λ ; l'œil, en effet, qui estime avec tant de sûreté l'égalité d'intensité de deux plages lumineuses juxtaposées, est tout à fait impuissant à donner la valeur absolue d'un champ éclairé. Une pile thermo-électrique d'une grande sensibilité conviendrait mieux pour une telle étude. Quoi qu'il en soit, en admettant, pour les quelques applications qui vont suivre, la formule d'interpolation suivante

$$b = \frac{K}{\lambda} \quad \text{avec} \quad K = 1, 12,$$

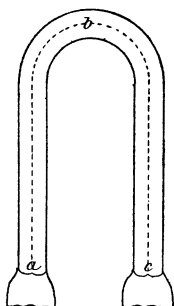
qui satisfait aux valeurs

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0,486, \\ \lambda_2 &= 0,635 \end{aligned}$$

et ne s'éloigne pas trop de quelques-unes des valeurs intermédiaires, nous ne commettrons pas une erreur considérable, d'autant que, aux fortes énergies, l'influence de b est assez atténuée pour que ses valeurs, obtenues par la formule précédente, puissent être considérées comme suffisamment exactes. Ce coefficient b peut, d'ailleurs, être défini, indépendamment de la lampe à in-

candescence, comme la quantité de chaleur émise dans l'unité de temps par l'unité de surface du corps rayonnant, lorsque la radiation considérée prend naissance. Cette définition entraîne pour x une signification analogue. Dans le cas actuel, il est facile de donner la valeur du flux par centimètre carré, correspondant à une énergie totale dépensée de 1 volt-ampère. Le filament de Swan (*fig.* 12) peut être assimilé à un demi-tore supporté par deux co-

Fig. 12.



lonnes cylindriques de même diamètre. La lampe qui servait aux expériences avait été choisie à la loupe parmi un grand nombre d'autres, et le diamètre du filament, mesuré en différents points sur la machine à diviser, a été trouvé remarquablement constant et égal à $0^{\text{cm}},025$. Il en résulte qu'il suffisait de déterminer la longueur totale abc de l'axe du filament pour obtenir immédiatement la surface totale rayonnante. Cette longueur, mesurée également à la machine à diviser, est $4^{\text{cm}},1$. Donc la surface du filament est

$$3,1416 \times 0,025 \times 4,1 = 0^{\text{cm}^2},328.$$

Donc, pour une énergie totale de 1 volt-ampère, le rayonnement par centimètre carré, en petites calories, est

$$\frac{10^7}{42 \times 10^6 \times 0,328} = \frac{10}{42 \times 0,328} = 0,7.$$

Il en résulterait, pour la valeur correspondante de K ,

$$K = 1,12 \times 0,7 = 0,78.$$

Détermination de α .

L'étude de la fonction α se conçoit sans difficulté. Imaginons qu'on forme le spectre, supposé normal et dégagé de toute absorption, de la lampe qui a servi aux expériences ou de toute autre lampe à filament cylindrique et de surface connue. Pour une énergie x , on évaluera les intensités calorifiques des diverses radiations du spectre lumineux, afin d'opérer sur les longueurs d'onde déjà expérimentées précédemment. On en déduira, en supposant connus K et μ , les valeurs relatives de la fonction α . L'instrument le plus propre à une telle recherche est, sans contredit, le bolomètre de M. Langley (1) avec miroir métallique et réseau sur métal pour former le spectre normal de la lampe à incandescence. Cet appareil a déjà donné, entre les mains de son savant auteur, des résultats assez remarquables pour qu'on soit en droit de compter sur la précision et la sûreté de ses indications.

Il est important de remarquer que cette détermination de la fonction α pourra être effectuée indépendamment de la lampe à incandescence employée dans les recherches précédentes ou de toute autre lampe dont il faudrait déterminer la surface rayonnante. On conçoit, en effet, que, dans ses températures graduellement croissantes, le filament de charbon a dû passer par la température de la lampe Carcel. A ce moment, la composition du flux est la même dans ces deux sources et elle restera la même dans les deux spectres juxtaposés à l'oculaire du spectrophotomètre, si toutefois les conditions indiquées précédemment sont satisfaites; c'est-à-dire si les rayons de chaque source traversent, avant de tomber sur la fente, les mêmes épaisseurs de milieux absorbants. Donc, à ce moment, l'égalité établie par la rotation du nicol pour une radiation quelconque sera réalisée pour toute l'étendue des deux spectres. C'est ainsi que l'expérience a été faite. Un second nicol a été placé sur le trajet des rayons venus de la lampe à incandescence; les quatre nicols ainsi placés par paires sur chaque faisceau étant d'égale épaisseur, les conditions de comparabilité des sources, au point de vue de la teinte, sont satisfaites. On a trouvé, au moment de l'égalité, pour l'intensité I , la différence de potentiel E

$$\begin{aligned} I &= 1^{\text{amp}}, 375, \\ E &= 8^{\text{volts}}, 887, \end{aligned}$$

(1) *American Journal of Science and Arts*, t. XXI, p. 187; 1881.

ce qui donne, pour l'énergie sous l'action de laquelle la lampe vaut le carcel, comme teinte,

$$W = 12,22.$$

Si toutes les déterminations relatives à la lampe Swan avaient pu être faites dans les conditions de comparabilité de cette dernière expérience, les courbes devraient toutes se couper en un point ayant précisément pour abscisse cette valeur 12,22. En réalité, il n'en est rien, mais nous pouvons calculer les valeurs des coefficients α qui amènent ces courbes à passer par le point d'abscisse 12,22 et d'ordonnée arbitraire, 30 par exemple. Ces valeurs sont les suivantes :

λ	0 ^μ ,709	0 ^μ ,686	0 ^μ ,635	0 ^μ ,595	0 ^μ ,5888	0 ^μ ,526	0 ^μ ,486
α	0 ^μ ,2381	0 ^μ ,2182	0 ^μ ,1341	0 ^μ ,0943	0 ^μ ,0802	0 ^μ ,0395	0 ^μ ,0248

C'est avec les nombres précédents pour α et les valeurs de b et de c données dans les Tableaux qu'ont été construites les courbes (*fig. 13*). Les parties figurées en pointillé sont en dehors des expériences.

Nous concluons de ce qui précède que, si nous parvenons à déterminer le spectre calorifique normal de la lampe Carcel, il suffira de multiplier les valeurs précédentes de α par les ordonnées correspondantes de ce spectre pour obtenir la valeur relative de la radiation dans la constitution du flux total.

On peut aller plus loin et montrer que la connaissance d'un spectre calorifique d'une source quelconque permet de résoudre la question, pourvu que l'on connaisse la constitution spectrale de cette source par rapport au carcel. Le faisceau des courbes (*fig. 13*) peut nous donner une idée de cette constitution et de ses variations. Le filament de charbon constitue, en effet, une source dont la teinte, égale à celle du carcel pour l'énergie 12,22, est dite plus rouge que celle du carcel pour les énergies inférieures et plus bleue pour les énergies supérieures à 12,22. En un mot, pour une énergie quelconque, la teinte ou, si l'on veut, la température optique Θ peut être représentée par le rapport des ordonnées de deux courbes prises arbitrairement. Les radiations choisies par M. Crova (¹) pour définir ainsi la température optique sont $\lambda_1 = 0^{\mu},676$, $\lambda_2 = 0^{\mu},523$, et la détermination de cette température se fait en égalant les plages rouges au spectrophotomètre et

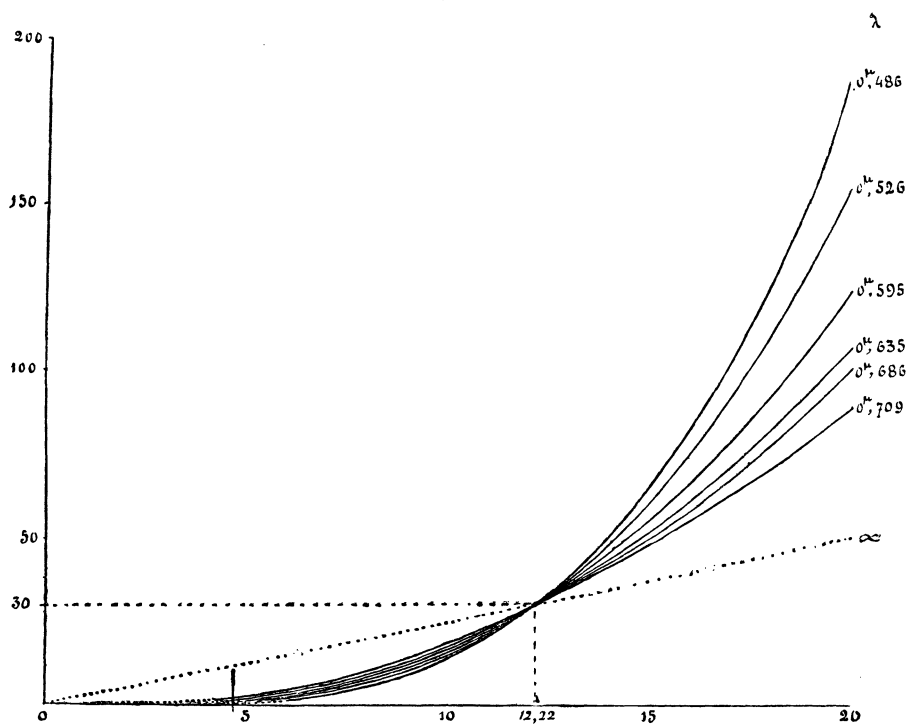
(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XC, p. 252.

mesurant le rapport des intensités des plages vertes. Il est clair que cette définition revient à la précédente. M. Crova a trouvé ainsi :

	θ .
Gaz de l'éclairage	1,372
Lampe Drummond (oxygène et gaz de l'éclairage)...	1,806
Lumière électrique (60 ^é Bunsen).....	3,060
» solaire.....	4,049

Ces nombres vont nous permettre de nous faire une idée de l'ordre de grandeur du coefficient α relativement aux diverses longueurs d'onde.

Fig. 13.



Calculons l'énergie pour laquelle la lampe à incandescence aurait même teinte que le Soleil, en admettant qu'elle pût subsister jusque-là.

Les constantes a , b , c relatives aux longueurs d'onde $0^{\mu},676$, $0^{\mu},523$, calculées d'après les formules précédentes et la condition, pour les courbes, de passer par le point commun, sont

λ .	b .	c .	$\log a$.
$0^{\mu},676$	1,65	2,14	$\bar{1},28562$
$0^{\mu},523$	2,10	2,91	$\bar{2},55205$

L'énergie x sera, par conséquent, donnée par la relation

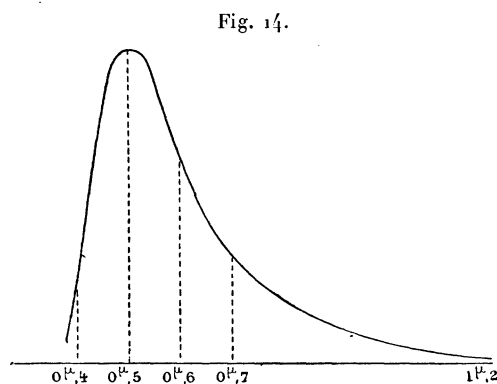
$$\log a_v + \log 4,049(x - 1,65)^{2,14} = \log a_v + \log(x - 2,10)^{2,91}.$$

On pourrait résoudre cette équation en donnant à x des valeurs de plus en plus rapprochées et comprenant la solution cherchée; mais il est suffisant, eu égard à la grande valeur de x , de remplacer les origines 1,65 et 2,10 par leur moyenne 1,875. On obtient alors, sans difficulté,

$$\begin{aligned} x - 1,875 &= 55,14, \\ x &= 57,01. \end{aligned}$$

Quelque élevé que paraisse ce nombre, il est bon de remarquer qu'il ne correspond pas, en réalité, à une température d'émission bien considérable; toutefois il est clair qu'une valeur d'extrapolation aussi éloignée des limites de l'expérience n'a plus de signification absolument rigoureuse. Elle nous suffira cependant pour nous rendre compte des valeurs relatives que prend α pour les diverses radiations. M. Langley, dans un travail remarquable publié récemment ⁽¹⁾, a déterminé, au moyen du bolomètre, la distribution de la chaleur dans le spectre normal du Soleil, supposé produit aux limites de l'atmosphère.

La *fig. 14* peut donner une idée des résultats obtenus, et l'on voit que



le maximum d'énergie correspond sensiblement à la longueur d'onde $\lambda = 0^{\mu},5$. Si donc nous appliquons aux longueurs d'onde $0^{\mu},4$, $0^{\mu},5$, $0^{\mu},6$,

⁽¹⁾ *Researches on solar heat and its absorption by the Earth's atmosphere*; Washington, Government printing Office; 1884.

0^u,7 la formule précédente, où $x = 57,01$,

$$y = a \left(57,01 - \frac{1,12}{\lambda} \right)^{1 + \frac{0,522}{\lambda^2}},$$

nous déduisons, pour les diverses valeurs de a :

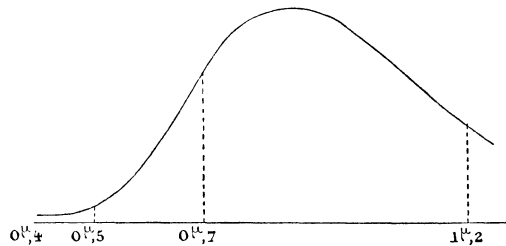
λ .	a .
0,4.....	0,00000075
0,5.....	0,000359
0,6.....	0,00303
0,7.....	0,00702

Cet exemple, le seul que l'on puisse donner actuellement, puisque les spectres calorifiques des autres sources lumineuses n'ont pas été déterminés, suffit à montrer avec quelle rapidité le coefficient a croît du violet au rouge. Toutefois cet accroissement ne se maintient pas aux grandes longueurs d'onde, et, si l'on essaye d'appliquer les formules précédentes à $\lambda = 1^u,2$, auquel cas $\gamma = 1$, on trouve

$$a = 0,00418;$$

en d'autres termes, la valeur de a passerait par un maximum, ainsi que le figure la courbe (*fig. 15*); mais il est inutile d'insister sur ces considéra-

Fig. 15.



tions. C'est à l'expérience directe à nous renseigner sur les valeurs de a , et l'application que nous venons de faire des formules montre comment cette étude peut être faite au moyen d'une source quelconque, pourvu qu'on ait déterminé, au préalable, sa température optique et que cette température ne soit pas supérieure à celle de la lampe à incandescence aux plus fortes énergies employées.

Limite des expériences.

Il est facile de marquer cet état limite sur l'échelle des températures optiques.

En se reportant, en effet, aux courbes générales ou aux Tableaux de la lampe Swan, on voit que l'énergie, dans certains cas, a été poussée jusqu'à 21,35. En admettant donc que l'énergie 20 marque la limite jusqu'à laquelle la formule est établie et applicable, en toute rigueur, à toute valeur de λ (au moins en ce qui concerne l'exposant c), on aura, pour la température optique de la source incandescente,

$$\theta = \frac{\alpha_v(20 - 2,10)^{2,91}}{\alpha_r(20 - 1,65)^{2,14}}, \quad \theta = 1,615.$$

On voit que, pour déterminer les valeurs de α , on pourra s'adresser soit à la lampe Carcel $\theta = 1,0$, soit au bec d'Argand $\theta = 1,372$, soit enfin, et à la rigueur, à la lampe Drummond $\theta = 1,8$; mais il est clair que cette dernière source est trop variable pour pouvoir être employée utilement.

De la température réelle à laquelle a été porté le filament de charbon, nous ne savons rien, sinon que cette température, supérieure à celle de la lampe Carcel, considérée comme voisine de 2000°, est, par suite, beaucoup plus grande que toutes celles que peut acquérir le platine incandescent. Nous pouvons cependant essayer de nous en faire une idée en appliquant, par extrapolation, la formule de M. Violle à nos expériences. On aura, en effet, d'après cette formule,

$$\begin{aligned} i_r &= m_1 T b^{T^2} a_r^T, & i_v &= m_2 T b^{T^2} a_v^T, \\ i'_r &= m_1 T' b^{T'^2} a_r^{T'}, & i'_v &= m_2 T' b^{T'^2} a_v^{T'} \end{aligned}$$

et, par suite,

$$\theta = \frac{\frac{T'}{T} b^{T'^2 - T^2} a_v^{T' - T}}{\frac{T'}{T} b^{T'^2 - T^2} a_r^{T' - T}} = \left(\frac{a_v}{a_r} \right)^{T' - T}.$$

D'après M. Violle, la fonction α a pour expression, en fonction de la longueur d'onde,

$$\alpha = \beta\lambda,$$

avec les valeurs

$$\begin{aligned}\alpha &= 1,0355, \\ \beta &= 13,\end{aligned}$$

λ étant exprimé en millimètres.

En appliquant cette formule aux longueurs d'onde au moyen desquelles nous avons défini, avec M. Crova, la température optique, nous trouvons

$$\theta = 1,00189^{T'-T},$$

T étant la température du carcel, T' celle de la source considérée.

Or, dans nos expériences limites, $\theta = 1,615$; par suite,

$$T' - T = \frac{\log 1,615}{\log 1,00189} = 254^\circ.$$

Ainsi le filament de charbon a été porté, dans ces expériences, jusqu'à une température d'environ 2250° , supérieure, par conséquent, de près de 500° à celle du platine en fusion.

