ANNALES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

R. HURON

Un probabiliste disciple de Malebranche : Pierre Rémond de Montmort (1678-1719)

Annales de la faculté des sciences de Toulouse 5e série, tome S2 (1980), p. 1-31

<http://www.numdam.org/item?id=AFST_1980_5_S2__1_0>

UN PROBABILISTE DISCIPLE DE MALEBRANCHE : PIERRE REMOND DE MONTMORT (1678-1719)

par R. HURON (1)

c'est particulièrement dans les jeux de hasard que paraît la faiblesse de l'esprit humain et la pente qu'il a à la superstition.
P.R. de MONTMORT

INTRODUCTION

Toulouse, qui vous accueille, s'enorgueillit d'avoir eu comme Conseiller en son Parlement, Pierre de Fermat juriste de profession et mathématicien amateur degénie. C'étaitle temps où la majorité des mathématiciens étaient des amateurs... [1] .

Tout le monde sait que Pascal et Fermat, en 1654, ont, par l'échange de quelques lettres, posé les premières bases du Calcul des Probabilités. J'aurais pu vous parler de Fermat ; je n'aurais fait que redire ce qui a été déjà dit en diverses circonstances, certaines assez récentes [2] . J'ai préféré tenter de faire revivre devant vous un continuateur direct de Fermat ; je pense que peu d'entre vous le connaissent et c'est ce qui m'a déterminé. Il se nomme : Pierre Rémond de Montmort.

**

Comme il convenait, c'est par le jeu du hasard qu'est venu se placer sur les rayons de ma bibliothèque, voici des années, la deuxième édition de «l'Essay d'Analyse sur les jeux de hazard», ouvrage publié en 1713 sans nom d'auteur [6] . Très longtemps je n'ai considéré cet ouvrage que comme un ornement ajouté à l'«Analyse des infiniments petits» du Marquis de l'Hospital (2^e éd. 1716) et à d'autres ouvrages anciens aux reliures ornées au petit fer.

---

(1) Conférence donnée à la séance inaugurale des «Journées de Statistique». Toulouse 19-22 mai 1980.

Les chiffres entre crochets renvoient aux notes groupées à la fin du texte.

Un jour cependant j'essayai de percer le mystère de l'identité de son auteur ; ce fut facile, car la deuxième édition de l'Essay comporte un important appendice rassemblant un certain nombre de lettres échangées par le mystérieux auteur avec Jean Bernoulli (Jean I - 1654-1705) et Nicolas Bernoulli (Nicolas II - 1687-1759) [27] . J'y reviendrai. Certaines de ces lettres sont présentées comme «lettre à M. de M***». Les réponses de ce «M de M***» débutent parfois par : «A Montmort le ...». Il suffisait d'ouvrir le Grand Larousse à l'article : Montmort, pour découvrir qu'il avait existé un certain Pierre Rémond de Montmort, né à Paris en 1678, mort à Paris en 1719 qui avait publié en 1708 un «Essay d'analyse sur les jeux de hazard».

**

Restait à ressusciter l'homme. Une première source est la toujours savoureuse «Histoire des Mathématiques» de J.F. Montucla [3] . Cet auteur accorde aux recherches de Montmort une place importante dans l'évolution de plusieurs domaines de la Science mathématique et renvoie, pour des éléments de biographie, à l'éloge que prononça Fontenelle devant l'Académie Royale des Sciences (de Paris), au lendemain de sa mort.

Nous verrons que la lecture de l'Essay peut nous apporter un précieux secours.(1)

***
*

ELEMENTS DE BIOGRAPHIE

«Pierre de Montmort naquit à Paris le 27 octobre 1678 de François Rémond, Ecuyer, S^r^ de Bréviande et de Marguerite Ralle. Il était le second de trois frères». Ainsi débute l'éloge de Fontenelle. Il nous révèle que «de Montmort» ne figurait pas dans le patronyme originel du futur probabiliste.

Notons que 1678 marque l'apogée du règne de Louis XIV.

Le père de R. de M. a laissé la réputation d'un homme «fort sévère et fort absolu». Désireux de voir son fils cadet obtenir une charge dans la Magistrature il le contraint à étudier le droit, mais celui-ci «las du droit et de la maison paternelle» se sauva en Angleterre.

---

(1) Dans la suite et pour simplifier l'écriture, nous utiliserons souvent l'abréviation R. de M. pour Pierre Rémond de Montmort et nous parlerons de l'Essay pour désigner l'«Essay d'analyse sur les jeux de hazard» (2e édit.).

Après le traité de Ryswick (1697) entre Louis XIV et ses ennemis coalisés, traité qui entre autre choses rétablissait la libre circulation des français en Europe, R. de M. passa aux Pays-Bas, puis en Allemagne où il se réfugia chez un de ses parents, Mr de Chamoys, plénipotentiaire de France à la Diète de Ratisbonne. C'est là, qu'un évènement, en apparence mineur, décida de son destin.

Avant de relater cet évènement il est, je le crois, utile d'ouvrir une parenthèse, de revenir en arrière dans le temps et d'évoquer, très succintement, la figure du Père Nicolas de Malebranche.

**

Malebranche est de quarante ans l'aîné de R. de M.. Dernier né d'une famille de treize enfants, de complexion délicate il reçut sa première éducation dans sa famille, sous la direction de sa mère.

Après des études, sans relief, en Sorbonne, il rentre au noviciat de l'Oratoire, congrégation introduite en France en 1611 par le Cardinal de Bérulle. Son directeur Jean Bertad a porté sur lui ce jugement sévère : «Esprit médiocre, boutif et pieux» il ajoute cependant «jugé propre» ; il faut sous entendre : à la prêtrise. Et en effet Malebranche fut ordonné prêtre le 20 septembre 1664, il avait vingt-six ans. Cette même année, Malebranche acheta chez un libraire du Quai des Augustins un livre intitulé :

«L'homme de René Descartes et un traité de la formation du foetus, du même auteur».

Ce livre était préfacé par Clerselier [70] et accompagné de remarques de Louis de la Forge, médecin à Saumur. Par le Père André nous savons que la lecture de cet ouvrage causa, chez Malebranche, «des palpitations de coeur si violentes qu'il était obligé de quitter son livre à toute heure et d'en interrompre la lecture pour respirer à son aise» [5].

Dans cette soudaine illumination -comme peut en décrire la psychologie religieuse- Malebranche venait de recevoir le sens de sa mission : il serait le missionnaire du cartésianisme parmi les chrétiens et le missionnaire du Christ dans la philosophie cartésienne [5'] . Ce qui n'allait pas sans quelque témérité [6] .

De 1664 à 1669, Malebranche refait ses études pour accéder à la culture moderne de son temps, qui est une culture cartésienne ; par ses propres moyens, il acquiert une formation poussée en mathématiques, en physique, en physiologie, etc... [7] . Son message il l'exprime dans un premier ouvrage qui paraît en 1674 :

«De la Recherche de la Vérité, où l'on traite de la nature de l'esprit de l'homme et de l'usage qu'on doit en faire pour éviter l'erreur dans les Sciences».

Le succès de l'ouvrage fut prodigieux, il fut rapidement traduit en latin, en anglais. Il eût de fervents malebranchistes en Allemagne, en Italie et même en Chine par l'intermédiaire des jésuites [8] .

Il n'est pas dans mes intentions de rappeler l'originalité de la Métaphysique de Malebranche qui associe la philosophie de Descartes à la doctrine de St Augustin. Disons simplement que pour lui, il n'y a rien qui, médité comme il faut, ne nous ramène à Dieu ; la vie selon la raison n'est qu'une partie de la vie religieuse. Dans son Histoire de la Philosophie Emile Bréhier affirme que toute la spéculation de Malebranche est commandée par la thèse suivante :

«La raison au verbe intérieur qui éclaire les méditations du mathématicien et du physicien est identique au Verbe, fils de Dieu qui s'incarne pour le salut des hommes et qui leur distribue les grâces divines.

Cette identité se traduit, malgré des mystères incompréhensibles à l'esprit humain, par une analogie d'allure, en quelque sorte, entre vie et pensée religieuses, vie et pensée philosophiques.

L'attention du savant est comme une prière que le Verbe exhauce en illuminant son esprit par la vérité, de même que la prière amène la Grâce.

Les procédés de Dieu, dans la Création, ne sont pas foncièrement différents du procédé méthodique par lequel l'homme comprend la nature» [9] .

**

C'est par hasard que R. de M. trouva dans la bibliothèque de son hôte de Ratisbonne «De la Recherche de la Vérité». Cet ouvrage fut pour lui ce qu'avait été le «Traité de l'homme» de Descartes pour Malebranche : Fontenelle nous rapporte qu'il éprouva de sa lecture «les deux bons effets inséparables : il devint philosophe et véritable chrétien» [68] .

R. de M. revint en France en 1699, il avait 21 ans. Très peu de temps après son retour il hérita de son père un bien suffisamment important pour être libre de disposer à sa guise de sa vie. Il prit alors Malebranche pour guide et sur les conseils de celui-ci il se consacra à l'étude des mathématiques : «il vivait dans un désert, puisqu'il ne voyait plus que ses pareils, surtout le Père Malebranche, son Maître, son Guide, et son intime Ami» [10] .

Mrs Carré et Guisnée lui ouvrirent la route en lui apprenant les premiers éléments de Géométrie et d'Algèbre et c'est en association avec un tout jeune homme, très brillant, François Nicole [11] , qu'il avait pris comme compagnon de travail, qu'«il parcourut un chemin prodigieux» : «ils passèrent trois ans dans l'ivresse du plaisir des mathématiques. Ils pénètrèrent jusque dans le Calcul Intégral qui les piquait d'autant plus, qu'il était plus épineux et moins connu...» [12] .

Pourtant R. de M. ne semble pas avoir persévéré dans cette voie, puisque nous pouvons lire dans une lettre qu'il adressa plus tard, le 8 juin 1712, à Nicolas Bernoulli [13] :

«Mr Nicole ne mande que Mr P. a lu ces jours passés à l'Académie un long mémoire sur la courbe de M. de Beauvre... il donne la rectification de cette courbe.

Je la donnais en 1703, les mystères du Calcul Intégral n'étaient point encore révélés comme ils le sont à présent... j'étais alors fort jeune et j'avais beaucoup d'ardeur pour le nouveau calcul qui n'était bien connu que de 5 ou 6 géomètres»... «Il y a longtemps que j'ai perdu de vue toutes ces finesses du nouveau calcul, mais je veux m'y remettre, elles ont leur agrément, je serais même porté à croire qu'elles ont aussi leur utilité».

**

Le jeune frère de R. de M., contre son gré, avait été pourvu d'un canonicat à Notre Dame de Paris. Désirant reprendre sa liberté il proposa, pour le remplacer, son aîné, Pierre. Celui-ci hésita quelques temps craignant que ses «chères mathématiques» n'aient à «souffrir beaucoup de son assiduité au choeur». Des «gens de bien» agirent pour qu'il accepte cette succession : ne vivait-il pas déjà «comme le meilleur ecclésiastique du monde?» Et de plus, précise Fontenelle, «l'assujettissement pénible et perpétuel de la vie de chanoine était adouci, à la vérité, par l'usage ordinaire» [14] .

Mais R. de M. était d'un caractère à ne pouvoir accepter les demi-mesures, il tint à être chanoine en «toute rigueur» : ...«Pourvu que les besoins ne furent pas tout à fait disproportionnés à son pouvoir, il ne manquait jamais ni à l'amour des Sciences, ni à celui du prochain». Ainsi il fit imprimer, à ses frais, des ouvrages «d'autrui, qui quoique bons, n'eussent pas trop été recherchés par les libraires»... C'est lui qui assura les frais de la publication en France du traité de Newton sur la Quadrature des courbes. D'un autre côté «il mariait ou faisait religieuses des filles qui faute de biens n'eussent trouvé que des amants...». En peu d'années, il consacra à ses «bonnes oeuvres» vingt-cinq mille écus de son bien [15] .

**

C'est en 1704 que Pierre Rémond acquit la terre de Montmort [16] . Sur la terre voisine, de Mareuil, demeurait la Duchesse d'Angoulême [17] . Lors de ses visites de courtoisie R. de M. remarqua la petite nièce et filleule de celle-ci, Mlle de Romicourt : «après cette visite son canonicat lui fut plus à charge que jamais» «et enfin il se défit de l'importune prébende pour pouvoir prétendre à cette demoiselle» [18] .

Le mariage eût lieu en 1706 au château de Mareuil.

Etant marié R. de M. «continua sa vie simple et retirée», et Fontenelle ajoute, avec une sorte d'étonnement qui en dit long sur l'opinion qu'il devait se faire du mariage, «d'autant plus que par un bonheur assez singulier, le mariage lui rendit sa maison plus agréable».

La Duchesse d'Angoulême était veuve depuis 56 ans lorsque R. de M. épousa sa nièce. Il lui fut très attaché, au point que, lorsqu'en 1710 la Duchesse dût vendre sa terre de Mareuil, il lui offrit «la plus belle partie du Château de Montmort pour sa demeure et elle accepta» [19] .

A N. Bernoulli , qui lui avait annoncé une visite éventuelle après un grand circuit passant par les Pays-Bas et l'Angleterre, R. de M. écrit (5 sept. 1712) :

«l'espérance que vous me donnez Monsieur, de me faire l'honneur de me venir voir ici, me fait un plaisir infini.

Je me flatte que vous ne vous y ennuyerez point, vous y trouverez des personnes qui aiment beaucoup les gens d'esprit et qui vous honorent parfaitement, vous y verrez aussi une rareté de la France, une Princesse Bru de Charles IX, Roi de France mort il y a 140 ans».

N. Bernoulli vint effectivement à Montmort et les deux probabilistes passèrent dit-on «trois mois dans un continuel combat de problèmes».

La Duchesse d'Angoulême devait mourir quelques mois après, en août 1713. R. de M. fit part de son décès à N. Bernoulli .

«Madame la Duchesse d'Angoulême mourut à Montmort le 12 de ce mois ; quoique cette Princesse fut, comme vous savez d'un âge extrêmement avancé, elle a conservé sa raison pure et ferme jusqu'au dernier moment. Je ne doute point Monsieur, que le ressouvenir des vertus de cette bonne Princesse et l'affection qu'elle vous portait, vous rende sa perte très sensible.

Sa mort, outre la douleur qu'elle m'a causée me donne des soins et des peines infinis ; il me faut passer tout mon temps à solliciter les Ministres : quelle occupation pour un philosophe !» [20] .

**

La vie simple était une nécessité pour R. de M., il le confie lui-même à N. Bernoulli (10 nov. 1711) :

«Les affaires que j'ai à Paris ne m'ont point laissé depuis que j'y suis et ne me laisseront point, tant que j'y resterai, la liberté d'esprit nécessaire pour examiner toutes les beautés de votre lettre». Car pour suivre N. Bernoulli dans «ces méditations algébriques» il faut, ajoute-t-il, «que par mon retour à Montmort j'ai recouvré ce loisir et cette tranquillité d'esprit que j'estime tant et dont j'ai d'ailleurs absolument besoin».

Il a aussi des soucis de santé ; une «faiblesse de tête», dont il n'a pu «deviner la cause» ne lui a pas permis de répondre rapidement à une autre lettre de N. Bernoulli :

«J'ai été trois mois sans oser penser, et même sans oser goûter les plaisirs de la lecture, ce n'est que depuis quelques jours que je commence à pouvoir compter sur ma santé» (8 juin 1712).

**

Ce besoin d'un cadre familier et champêtre pour la poursuite de ses recherches, ce qu'il appelle «le loisir de la campagne» [67] ne l'empêcha pas de faire plusieurs voyages en Angleterre. Il y revint en 1700 et, nous rapporte Fontenelle «il osa dès ce temps là rendre visite à M. Newton», puis en 1715 pour observer une éclipse solaire qui devait être totale à Londres. Sa réputation, comme savant, était telle que «la Société Royale ne le voulut pas laisser partir sans se l'être acquis et sans l'avoir reçu dans son corps» [21] .

En consultant l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences (de Paris) nous apprenons que Sa Majesté Louis XV -alors âgé de six ans- désirant «faire fleurir de plus en plus cette Académie» a «de l'avis de Monseigneur le Duc d'Orléans Régent du Royaume», résolu de modifier son règlement et en particulier de porter à douze le nombre de ses associés libres. Parmi les cinq nouveaux membres qu'on a ainsi été amenés à élire on trouve R. de M. à côté de M. Chirac «premier Médecin de Monseigneur le Duc d'Orléans» [22] .

**

Le mathématicien Charles de la Condamine (1701-1774) dont l'oeuvre très diverse comprend entre autre une «Histoire de l'inoculation de la petite vérole» a noté à propos de cette maladie : «elle détruit, mutile ou défigure plus du quart du genre humain». En 1719, Paris connut une épidémie particulièrement sévère qui fit plus de 14 000 morts. R. de M. venu de sa campagne dans la capitale pour des affaires en Septembre, fut atteint par la maladie. Il mourut le 7 octobre suivant ; il avait 41 ans [66] .

***
*

LES CIRCONSTANCES DE LA COMPOSITION DE L'ESSAY D'ANALYSE SUR LES JEUX DE HAZARD

Personne, d'entre vous, n'ignore que c'est un gentilhomme le Chevalier de Méré, amateur de jeu et très bon esprit mais au dire de Pascal, ayant le grand défaut de n'être pas géomètre, qui attira l'attention de ce dernier sur certains problèmes liés aux jeux de hasard.

Pascal sollicita l'opinion de Fermat et ainsi s'établit la célèbre correspondance de 1654 dont j'ai déjà fait mention [23] .

Dans le demi-siècle qui suivit peu de mathématiciens, en particulier peu de mathématiciens français, s'intéressèrent à la «théorisation» du hasard. Par contre, les jeux de hasard acquirent une vogue extraordinaire. La Princesse Palatine, seconde femme du frère de Louis XIV, note dans sa très pittoresque correspondance : «aussitôt qu'on est réuni on ne fait que jouer au lansquenet, les jeunes gens ne veulent plus danser». Et en parlant de ce qui se passe à la Cour : «on joue ici des sommes effrayantes et les joueurs sont comme des insensés. L'un hurle, l'autre frappe la table si fort du poing que toute la salle en retentit, le troisième blasphème d'une façon qui fait dresser les cheveux, tous paraissent hors d'eux-même et sont effrayants à voir» [35] .

**

Comme Pascal c'est par des amis que R. de M. fut amené à réfléchir sur la théorie des jeux de hasard : «Plusieurs de mes amis, écrit-il [25] , m'avaient excité, il y a déjà longtemps, à essayer si l'Algèbre ne pourrait point atteindre à déterminer quel est l'avantage du Banquier dans le jeu du Pharaon [26] . Je n'avais pas osé entreprendre cette recherche, car je savais que le nombre de tous les arrangements possibles de 52 cartes surpassent plus de cent millions de fois celui des grains de sable que pourrait contenir le globe de la terre et il ne me paraissait pas possible de démêler dans un nombre aussi vaste, les arrangements qui sont avantageux au Banquier, d'avec ceux qui lui sont contraire ou indifférent».

Il serait resté dans ce préjugé sans un défi lancé par Jacques Bernoulli aux savants de l'Europe [27] . En fait Jacques Bernoulli s'était contenté de proposer, en 1685, deux problèmes relatifs à un jeu comportant deux joueurs. Voyant, cinq années plus tard, que personne n'en avait donné les solutions, il publia dans le Journal de Leipzig les réponses «mais sans analyse et sans démonstration». Leibniz, avec le concours de son calcul intégral, entreprit de découvrir les fondements de la solution de Jacques Bernoulli. Il le fit, mais nous dit R. de M. «d'une manière qui laisse beaucoup à désirer». Quoiqu'il en soit ces évènements suffirent pour convaincre R. de M. qu'une recherche dans ces domaines n'était pas impossible et d'avance vouée à l'échec. Il s'y engagea donc et, nous confie-t-il :

«Je fus plus heureux que je n'avais osé espérer, car outre la solution générale de ce problème (la détermination de l'avantage du Banquier dans le jeu du Pharaon) j'aperçus les routes qu'il fallait tenir pour en découvrir une infinité de pareils, ou même de beaucoup plus difficiles. Je connus qu'on pouvait aller fort loin dans ce pays ou personne n'avait encore été...» [28] .

R. de M. se serait sans doute contenté de faire connaître le résultat de ses recherches par la voie des journaux scientifiques de son temps : le «Journal des Savants», le «Journal de Leipzig», etc, si un évènement imprévu ne s'était produit : la mort en 1705 de Jacques Bernoulli.

Or Jacques Bernoulli avait annoncé qu'il préparait la publication d'un traité sur l'art de pronostiquer : Arte Conjectandi. On en connaissait même le plan ; Fontenelle en avait donné une courte analyse dans l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1705. On devait y trouver :

- un traité des combinaisons, des changements d'ordre, avec application aux jeux de hasard ;

- la solution des cinq célèbres problèmes posés par Huygens en 1657 ;

- la fin de l'ouvrage devait être consacrée à l'emploi des méthodes proposées dans le reste du traité pour résoudre «diverses questions politiques et civiles». Pour R. de M. il s'agissait là d'un «sujet surprenant». Nous aurons à revenir sur l'attitude de R. de M. face à certaines applications du tout jeune Calcul des Probabilités.

C'est le «désir de dédommager en quelque sorte le public de la perte qu'il ferait s'il était privé de l'excellent ouvrage de M. Bernoulli» qui détermina R. de M. à publier son «Essay d'Analyse sur les jeux de hazard», en 1708 [29] .

On sait que «De Arte Conjectandi» fut publié par les soins du neveu de Jacques Bernouilli, Nicolas II, qui en signala la parution à R. de M. : «Le livre de feu mon Oncle vient de sortir de la presse, le Libraire m'a dit qu'il en a envoyé un exemplaire par la poste à M. Koenig, si vous êtes curieux de le voir vous pourrez le faire retirer par quelqu'un...» (lettre du 9 septembre 1713).

R. de M. soumis son Essay à Jean Bernoulli (Jean I) qui avait succédé à son frère Jacques dans la chaire de mathématiques de Bâle. C'est à une analyse très soigneuse que se livra Jean Bernoulli :

«Quoiqu'une fluxion sur les yeux, dont je suis souvent incommodé, m'empêche de travailler beaucoup sur les choses qui demandent de longs calculs, surtout dans le temps de l'hiver, je n'ai pas laissé d'examiner aux heures oisives les principaux endroits de votre Traité et de faire moi-même autant que la faiblesse de mes yeux me l'a permis le calcul de la plupart des Problèmes. J'ai trouvé effectivement plusieurs choses très belles et très curieuses pour la spéculation et utiles pour l'usage qu'on en peut tirer dans les occasions : mais pour vous faire part des Remarques en particulier que j'ai faites çà et là en lisant votre Ouvrage, puisque vous le souhaitez, les voici». (lettre du 17 mars 1710). Suit une longue critique, très serrée, assortie de tableaux et avec des références très précises aux pages de l'Essay. A la vérité cette première édition présentait des défaut : défauts de plan, défauts de rigueur. Jean Bernoulli termine sa très longue lettre en donnant à R. de M. un conseil :

«Il serait à souhaiter que vous voulussiez prendre la peine d'étendre votre livre, et d'en faire un ouvrage plus ample et plus riche...» En post-scriptum il joignait les remarques (en latin) de son neveu Nicolas (Nicolas II) à qui il avait prêté le Traité [30].

**

R. de M. donna suite aux conseils de Jacques Bernoulli et prépara une nouvelle édition, complètement remaniée, de son traité ; elle parut en 1713. Pour montrer tout ce qu'il devait à Jean et à Nicolas Bernoulli il n'hésita pas à y faire figurer, en cinquième partie, la correspondance échangée avec les mathématiciens suisses. «J'espère, écrit-il dans l'Avertissement, que les Géomètres me sauront gré d'avoir sacrifié, en insérant ces Lettres dans ce Livre, la vanité d'Auteur à l'amour que j'ai pour le Public et pour la perfection des Sciences» [31].

**

On trouve dans la «Préface» et l'Avertissement de cette deuxième édition un historique précis du tout début du Calcul des Probabilités : ces textes ont donc un intérêt par eux-mêmes. R. de M. y règle de plus un différent qui s'était élevé entre lui et de Moivre.

On sait que de Moivre était un protestant émigré en Angleterre après la Révocation de l'Edit de Nantes (1685). Il gagnait sa vie «en montrant les mathématiques», c'est-à-dire en donnant des leçons particulières. En 1697, il avait trente ans, il entra à la Société Royale de Londres. En 1754, il avait quatre-vingt-sept ans, il fut élu «associé étranger» à l'Académie Royale des Sciences de Paris. Montucla [32] nous apprend qu'il mourut la même année d'une «manière assez singulière» : «depuis quelque temps, son sommeil se prolongeait chaque jour, de sorte que peu avant sa mort il durait vingt-trois heures sur vingt-quatre heures du jour ; enfin il cessa de se réveiller le 27 novembre 1754».

Dans un court traité : «De mensura sortis», publié en 1711 dans les Transactions Philosophiques, de Moivre avait critiqué et même paru s'approprier certains résultats de R. de M. Ce dernier devait lui répondre, il le fit avec courtoisie :

«Mon intention n'est point de critiquer son ouvrage, outre qu'il est au-dessus de la censure, on serait fâché d'en diminuer le mérite : cela est trop éloigné de notre caractère, mais parce qu'il est permis de se défendre et de conserver son bien, je me suis proposé de lui répondre» [33].

Cet Avertissement est aussi l'occasion pour R. de M. de rectifier l'opinion de certains qui attribuaient à Huygens «les premières vues» sur le Calcul des probabilités : «Ces fait n'étant point tout à fait personnels et ayant quelques rapports à l'Histoire des Mathématiques, dont le calcul des probabilités et des hazards va peut-être devenir une partie considérable, je me flatte que cette dissertation ne sera point désagréable» [34]. Pour R. de M. ces «premières vues» sont dues à Pascal et à Fermat et il en apporte les preuves.

***
*

APERÇUS SUR LE CONTENU DE L'ESSAY

Le Plan

L'Essay d'Analyse sur les Jeux de hazard (2ème édition) est divisé en cinq parties :

- la première partie est un «Traité des combinaisons» (p 1 à 72)

- dans la deuxième partie sont analysés des problèmes liés aux jeux de cartes courants à cette époque, mais où ne joue que le hasard : le Pharaon (p 77 à 104) ; le Lansquenet (p 105 à 129) ; le jeu du treize, de la bassette, du piquet, de l'ombre, etc...

- la troisième partie est réservée à l'étude des jeux utilisant les dés : le quinquenove ; les jeux du hasard, de l'espérance, du tric-trac, des trois dés, de la rafle... ; on y étude aussi le «jeu des sauvages» appelé encore «jeux des noyaux» (p 213) qui se ramène à un jeu utilisant des dés à deux faces.

- la quatrième partie, est une partie un peu «fourre-tout». R. de M. y donne en particulier, une solution des célèbres cinq problèmes posés par Huygens en 1657 (p 215).

- comme nous l'avons déjà indiqué la cinquième partie reproduit la correspondance qui s'était établie entre R. de M. et les Bernoulli (Jean I et Nicolas II).

**

Le traité des combinaisons

Dans son analyse des jeux de hasard R. de M. se place à la suite de Pascal et de Fermat et il a le plus grand souci de dénombrer ce que l'on peut considérer comme les cas également vraisemblables. C'est une route «très sûre et bonne» lui dira J. Bernouilli, mais elle peut conduire à se «plonger dans un calcul long et ennuyeux» [40] . C'est pour remédier à certains de ces inconvénients que R. de M. ouvre son Essay par un Traité des combinaisons.

Le point de départ de sa théorie, qui est aussi celui où on se ramène toujours, est la «Table de M. Pascal sur les combinaisons».

*

On sait que le «Traité du triangle arithmétique» [37] fut trouvé, imprimé, à la mort de Pascal, parmi ses papiers. Il était rare et peu connu au temps de R. de M. [38] . En fait, et R. de M. le souligne, c'est Fermat qui le premier utilisa les «combinaisons» pour résoudre le problème des partis et ajoute-t-il «Mr Pascal qui n'avait point suivi cette route en fut tout étonné» [39] . En conséquence R. de M. reprend, au début de son Traité des Combinaisons les travaux de Mr Pascal, mais fait-il remarquer, en modernisant sa présentation :

«Comme Mr Pascal n'employait point les expressions algébriques, ce sont des canons où nous donnons des formules : le tour des démonstrations est aussi fort différent» [38] .

Dans sa critique de la 1ère édition de l'Essay, dont il a déjà été question, Jean Bernoulli écrivait : «Il ne semble pas que Mr Pascal lui-même ait compris tout l'usage de sa table ; une des plus belles propriétés dont on ne fait pas mention ici (dans la 1ère édition de l'Essay, donc) étant que les bandes perpendiculaires (de la Table) expriment les coefficients des puissances d'un binôme» [40] . Curieusement c'est, semble-t-il, ce à quoi nous avons réduit le Triangle arithmétique de Pascal... Dans sa deuxième édition de l'Essay, R. de M. tient compte de cette remarque de Jean Bernoulli. Il y consacre sa 9ème proposition (p 32).

Jean Bernoulli avait signalé en outre que lui-même et M. Leibniz s'étaient occupés de la «détermination du coefficient de quelque terme que l'on voudra d'un polynôme élevé à une puissance quelconque». Il donnait la formule classique $\frac{p!}{a!\,b!\,c!\ldots}$ avec $a+b+c+\ldots = p$ (en notations actuelles) que R. de M. avait obtenu en poursuivant un autre but. «il est assurément fort curieux de voir deux problèmes si différents réunis sous une même formule» déclare R. de M. à Nicolas Bernoulli [41] . Pour le probabiliste R. de M. ce qui était intéressant c'est que «les coefficients d'un multinôme q, élevé à l'exposant p sont les mêmes que les diverses combinaisons d'un nombre quelconque p de dés, qui ont un nombre quelconque de faces désigné par q». «Ce qui, ajoute-t-il, est un théorème nouveau et très important dont je tirerai... de grands usages pour le calcul des hasards des dés...» [42] .

Mais sur le plan purement algébrique n'y aurait-il rien d'original dans les résultats de R. de M. ? Il s'en défend vigoureusement :

«Personne que je sache n'a encore examiné combien de termes produit un multinôme quelconque selon qu'il est élevé à tel ou tel exposant». Grâce à ses méthodes on peut, en adoptant sa manière de s'exprimer, savoir «tout d'un coup» qu'un quintinôme élevé à la onzième puissance aura 1365 termes. Bien entendu, comme je l'ai déjà souligné, on utilisera pour le calcul numérique, ce qui est avantageux, les nombres des divers ordres définis par la Table de Mr Pascal : 1365 est le 12e nombre du 5e ordre [43] .

Il est d'autres endroits de l'Essay où R. de M. exprime sa conviction qu'il fait une oeuvre de pionnier. Je ne rapporterai que ce qu'il signale à la fin de son Traité des combinaisons où il généralise la notion de «nombres figurés» en leur donnant des générateurs quelconques.

Cette généralisation lui permet de résoudre le problème suivant : «Trouver la somme d'une suite de nombres qui aient leur dernière différence constante» [44] .

Après avoir établi une formule générale, il l'applique, à titre d'exemple au calcul de la somme des carrés des 100 premiers nombres triangulaires. Il trouve 2.050.333.330.

Il explicite les formules permettant d'obtenir les sommes :

- des nombres triangulaires élevés au carré, au cube,...

- des nombres pyramidaux, élevés au carré «mais pris deux en deux ; etc.

Devant ces résultats il se laisse aller à manifester une certaine fierté : «Ce problème a, comme on le voit, toute l'étendue et toute l'universalité possible et semble ne rien laisser à désirer sur cette matière, qui n'a encore été traitée par personne que je sache» [45] .

**

R. de Montmort et les équations de récurrence

Une des gloires de R. de M. est d'avoir introduit l'emploi en Calcul des Probabilités, des équations de récurrence (linéaires, homogènes, à coefficients constants). Bornons nous à un exemple : Si S_n désigne «le sort» de Pierre lorsqu'il tient n cartes dans le jeu de Treize, R. de M. montre que l'on a la relation

$$n\,S_n - (n-1)S_{n-1} - S_{n-2} = 0$$

avec $S_1 = A$; $S_2 = \frac{1}{2}A$, si A désigne l'argent du jeu.

R. de M. remarque que la solution peut s'écrire

$$S_n = \left(1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n!}\right) A$$

or les termes de cette suite peuvent se lire dans la Table de Mr Pascal, ce qui fait dire à R. de M. : «la solution précédente fournit un usage singulier des nombres figurés» [46] .

***
*

ESQUISSE D'UN PORTRAIT PSYCHOLOGIQUE DE R. DE MONTMORT VU A TRAVERS L'ESSAY

Le probabiliste et la philosophie de Malebranche

Un souci majeur de R. de M. est de poser clairement ses définitions, c'est un souci très «malebranchéen» car on sait que toute la philophophie de Malebranche est fondée sur les «idées claires et distinctes» chères à Descartes [47].

«Les termes avantage et désavantage, dit-il semblent clairs parce qu'ils sont communs» en fait, constate-t-il, presque tout le monde y attache de fausses idées». Pour lui, dans le cas de deux partenaires et par convention, ils joueront sans désavantage si leurs mises sont «dans la même raison que les divers degrés d'espérance qu'ils ont de gagner».

Ce même souci l'amène à refuser l'étude des jeux dans lesquels entre l'habileté du joueur, car, dit-il à N. Bernoulli «qu'entendez-vous quand vous dites : Pierre est deux fois plus habile que Paul» [48].

Les problèmes mal posés sont à l'origine d'interminables discussions, certains y prennent plaisir tels Nicolas Bernoulli et M. de Waldegrave, ami de R. de M. qui, pour son compte confesse «... pour moi, outre que cela me passe, je vous avoue que je suis las de chercher et que je suis disposé à goûter pendant quelques temps le doux plaisir de ne rien faire» [49].

Il est d'autres cas où jouant sur des confusions de sens on utilise la «Géométrie» à des fins qui ne sont pas les siennes, alors la colère de R. de M. éclate :

«Il paraît ici, depuis quelques jours, écrit-il à N. Bernoulli, un livre qui fait un fort grand bruit, il a pour titre

«Prémonition Physique ou Action de Dieu sur les créatures démontrée par raisonnement ; ... On y rencontre à chaque page ces grands mots : définition, axiome, théorème, démonstration, corollaire, etc... Je vous avoue, Monsieur, que je souffre de voir la Géométrie ainsi avilie et dégradée... par l'usage ou plutôt par l'abus qu'on en fait... Le mal est devenu fort commun...» [50].

D'autres fois, même s'il reste calme, il désapprouve. Son ami anglais Graige lui ayant fait parvenir son ouvrage : Philosophia Christianoe Principia Mathematica, dans lequel on prouvait contre les Juifs la vérité de l'Histoire de Jésus-Christ, il note

«il s'agit d'un jeu de savant géomètre qui se forme des difficultés pour avoir le plaisir de les surmonter, jeu basé sur des hypothèses tout à fait arbitraires et fort éloignées de la vérité» et de conclure, en vrai disciple de Malebranche qui posait mais comme postulat, la Vérité de la Religion Chrétienne : «La clarté des Mathématiques et la sainte obscurité de la Foi sont choses trop opposées ; je ne crois pas que personne ne réussisse à en faire jamais l'alliage» [51] .

**

R. de Montmort et les applications des probabilités à la vie pratique

Si la Foi ne peut bénéficier de la clarté des Mathématiques, celles-ci et en particulier le Calcul des Probabilités peuvent aider à guider ou à juger certaines conduites pratiques, R. de M. le pense.

Par exemple il termine sa longue analyse du Jeu du Pharaon par les conseils suivants :

«Ainsi toute la science de ce jeu se réduit pour les Partis à observer les deux règles qui suivent :

1) Ne prendre des cartes que dans les premières tailles, et hasarder sur le jeu d'autant moins qu'il y a un plus grand nombre de tailles passées.

2) Regarder comme les plus mauvaises cartes, celles qui n'ont point encore passé, ou qui ont passé trois fois et préférer à toutes, celles qui ont passé deux fois.

En suivant ces règles, le désavantage du Parti sera le moindre qu'il sera possible» [52] .

Bien plus, il n'hésite pas à prendre position dans des problèmes de son temps socialement plus importants.

On sait qu'à la fin de son règne Louis XIV «trouva dans la Loterie un expédient financier commode pour assurer sa trésorerie en grêvant l'avenir. En 1710 il lança une grande loterie... qui obéra l'Etat de quarante mille livres de rente annuelle» [71] . C'est sur le problème de la «loterie de lorraine» que s'arrête R. de M.

Ayant lu les règles de cette loterie, R. de M. «s'aperçut que l'on courrait un risque d'en être dupe», il soupçonna «qu'on avait dessein d'attraper l'argent du public» et il ajoute «ce qui est arrivé». Il se mit donc à étudier sérieusement le problème et l'ayant résolu il le proposa «aux géomètres» par l'intermédiaire du «Journal des Sçavants» (mars 1711). Sans entrer dans les détails disons que la réponse était donnée sous le masque de l'anagramme :

4a, 5e, 5i, 13o, 2l, 2n, 4s, 32, c, d, m, r dont R. de M. révèle le sens dans l'Essay :

«20 000 moins 1, divisé par 20 000 élevé à la puissance 2000» (p 260).

Dans le «Journal des Sçavans» R. de M. ajoute cette profession de foi :

«Ceux qui ont le plus d'estime pour l'Algèbre et l'Analyse ne savent pas assez combien elle a d'usage par rapport aux choses de la vie civile. Il est bon, ce me semble, d'en donner ici une nouvelle preuve, et en même temps, de faire connaître aux Magistrats qui auraient à décider sur une matière de la nature de celle-ci, qui est de leur compétence, que les Géomètres sont les seuls de qui ils puissent recevoir des décisions certaines» [36] .

**

R. de Montmort et la hiérarchie des valeurs

Malebranche avait écrit dans «de la Recherche de la Vérité»

«Les hommes ne sont pas nés pour devenir astronomes, ou chimistes, pour passer toute leur vie pendus à une lunette ou attachés à un fourneau, et pour tirer ensuite des conséquences assez inutiles de leurs observations laborieuses» [53] .

Il est donc légitime de se demander quelle place occupaient, pour le disciple de Malebranche, dans l'échelle des valeurs, les Mathématiques. Cette question R. de M. se l'est posée dans les circonstances suivantes.

Rappelons d'abord que dans sa lettre du 10 août 1660, Pascal, répondant à une invitation à une rencontre que lui avait proposée Fermat, après avoir révélé qu'il était si faible qu'il ne pouvait marcher sans bâton donne la vraie raison de son refus :

«Je vous dirai aussi que, quoique vous soyez celui de toute l'Europe que je tiens pour ple plus grand géomètre, ce ne serait pas cette qualité là qui m'aurait attiré, mais je me figure tant d'esprit et d'honnêteté en votre conversation que c'est pour cela que je vous rechercherai.

Car pour vous parler franchement de la Géométrie, je la trouve le plus haut exercice de l'esprit, mais en même temps je la connais pour si inutile, que je fais peu de différence entre un homme qui n'est que géomètre et un habile artisan. Aussi je l'appelle le plus beau métier du monde, mais enfin ce n'est qu'un métier, et j'ai dit souvent qu'elle est bonne pour faire l'essai, mais non pas l'emploi de notre force...».

R. de M. eût connaissance de cette lettre un peu avant le 8 juin 1712, elle l'impressionna beaucoup, «étant d'un si bon juge» : il le confesse à N. Bernoulli [54] :

«Je fus très surpris ces jours passés en lisant une lettre de M. Pascal à M. Fermat...» puis, comme s'il dialoguait avec lui-même il ajoute :

«il y a du vrai dans cette décision un peu humiliante pour un géomètre, mais il est certain qu'elle est trop sévère... il (Pascal) était accablé d'infirmité et uniquement occupé des idées de la mort et de l'éternité : idées sérieuses et tristes qui ôtent l'éclat à ce qui en a le plus et semblent anéantir pour nous toute la nature...»

«Quant il serait vrai (ce qui ne l'est qu'en partie) que les spéculations sublimes de la Géométrie seraient inutiles pour acquérir les biens de ce monde et de l'autre, je ne pourrais pour cela convenir qu'elles fussent absolument inutiles et soutiendrais toujours que, nos devoirs remplis, il n'y a point d'exercice plus raisonnable et plus honnête...». C'est un plaisir c'est sûr, mais «la dignité de notre nature n'exige-t-elle pas que nous donnions la préférence à ceux de l'esprit qui sont plus purs, plus durables et plus dignes de l'homme ?».

Et puis, nous ne sommes plus au «temps de M. Pascal», «l'Analyse de M. Descartes» nous a mis «en état..d'appliquer la Géométrie avec succès à l'explication des secrets les plus cachés de la nature».

Comme un peu honteux d'avoir laissé s'épancher ses sentiments, il conclut :

«L'envie de justifier mon goût pour la géométrie m'emporte trop loin, je ne sais comment tout ce discours assez inutile a coulé de ma plume...».

***
*

L'ESSAY ET LA LOI DES GRANDS NOMBRES

Nous savons que la deuxième édition de l'Essay parut en 1713. R. de M. n'étant domicilié à Paris, c'est son ami M. de Waldegrave qui se chargea d'en surveiller l'impression et qui insista pour y faire figurer les lettres échangées par R. de M. avec les Bernoulli, même celle du 20 août 1713 «où il ne se trouve pas d'algèbre pour lui servir de passeport» [57].

Parmi ces lettres il en est deux qui montrent comment l'étude d'un problème d'ordre «théologique», amena N. Bernoulli à faire oeuvre de véritable statisticien, aussi m'a-t-il paru intéressant d'en dire un mot ici.

Etant à Londres N. Bernoulli écrit à R. de M., le 11 octobre 1712 :

«Je m'en vais vous faire part d'une (découverte) que j'ai faite depuis peu à l'occasion d'un argument sur la Providence Divine, qu'on a inséré dans les Transactions Philosophiques». «C'est un argument tiré de la régularité qu'on observe entre les enfants de l'un et l'autre sexe qui naissent tous les ans à Londres. On prétend que si le hasard gouvernait le monde, il serait impossible que les nombres des mâles et des femelles s'approchent de si près pendant plusieurs années de suite, qu'il ont fait depuis 80 ans, et on donne pour raison qu'en jetant un grand nombre de jetons, par exemple 1000, au hasard, il est fort peu probable que la moitié tombe croix et la moitié pile, et encore beaucoup moins probable que cela arrive un grand nombre de fois de suite» ... «Comme on m'a demandé mon sentiment là-dessus, j'ai été obligé de réfuter cet argument...» [58].

Sa démarche, N. Bernoulli, l'expose dans deux lettres, à R. de M. ; il la résume dans celle du 11 octobre 1712 où il expose le problème et que nous venons de citer ; il développe les calculs dans celle datée de Paris le 23 janvier 1713. En voici un résumé.

N. Bernoulli part des statistiques démographiques établies à Londres entre 1629 et 1710, soit durant 82 années ; il en adresse à R. de M. une copie complète.

Ces statistiques lui permettent d'estimer que le rapport du nombre des naissances des garçons à celui des filles est, par an et en moyenne : 18/17. Si donc on part d'un effectif global de 14 000 enfants (qui est proche de l'effectif annuel moyen) on devrait avoir 7200 garçons contre 6800 filles.

L'année la plus exceptionnelle est 1703, c'est celle «où le nombre des filles a été le plus proche de celui des garçons : 7765 mâles et 7683 femelles», ce qui ramené à un effectif global de 14 000, donne 7037 garçons contre 6963 filles, soit un écart de 6963 − 6800 = 163.

Le problème que se pose N. Bernoulli est de calculer, à partir de l'hypothèse, que l'on peut noter (18 : 17 : 14 000), la probabilité d'avoir un nombre de filles compris entre : 6800 ± 163 soit 6637 et 6963.

On se ramène à un problème de dés : 14 000 dés à 35 faces chacun, 18 blanches et 17 noires ; on a donc à considérer les termes du développement du binôme

$$(18 + 17)^{14\,000}$$

«il s'agit de trouver quel rapport il y a entre la somme de tous les termes depuis le 6638$^{\text{ème}}$ jusqu'au 6964$^{\text{ème}}$ pris inclusivement et entre la somme de tous les autres termes qui sont en deçà du 6638$^{\text{ème}}$ et au delà du 6964$^{\text{ème}}$». «Or, ajoute N. Bernoulli, ces termes sont furieusement grands, il faut un artifice singulier pour trouver ce rapport» [60] .

N. Bernoulli développe cet artifice dans le cas général : $(m+f)^n$; en posant $p = \frac{n}{m+f}$, on a dans l'exemple : fp = 6800.

Soit A_o le terme de rang fp+1, B_o celui de rang fp+1−ℓ (où ℓ est l'écart, ℓ = 163 dans l'exemple), le rapport $\frac{A_o}{B_o}$ est de la forme : $\lambda_1 \times \lambda_2 \times \ldots \lambda_\ell \left(\frac{f}{m}\right)^\ell$.

La «supposition» de N. Bernoulli est que les λ_i sont en progression géométrique. «Cette supposition est proche de la vérité précise-t-il surtout quand n est un grand nombre». En prenant les logarithmes on passe à une progression arithmétique dont la somme des termes est facile à calculer. On obtient donc une valeur approchée α de A_o/B_o «on recule» ensuite d'un cran vers la gauche c'est-à-dire à A_1, fp$^{\text{ième}}$ terme et à B_1,(fp−ℓ)$^{\text{ième}}$ terme ; on vérifie que $\frac{A_1}{B_1} < \frac{A_o}{B_o}$ et ainsi de suite. N. Bernoulli envisage alors une partition des termes s'étendant vers la gauche de A_0 , chaque classe contenant p termes ; si s_0 , s_1 , ... sont les sommes des termes de ces classes respectives prises dans leur ordre, il montre que

$$s_1 < {}^{s_0}/_{\alpha} \ ; \ s_2 < {}^{s_0}/_{\alpha^2} \ ; \ s_3 < {}^{s_0}/_{\alpha^3} \ , \ \text{etc.}$$

d'où :

$$\frac{s_0}{s_1+s_2+\ldots} > \alpha-1$$

En changeant f en m et m en f on étudie «la droite» de A_0 , ce qui donnera : α' ; s'_0, s'_1 ,... et finalement on aura

$$\frac{s_0 + s'_0}{(s_1+s_2+\ldots) + (s'_1+s'_2+\ldots)} > [\text{plus petit des nombres } (\alpha,\alpha')] - 1$$

Dans l'exemple et après calcul N. Bernoulli trouve :

$$\alpha = 44{,}74 \ ; \ \alpha' = 44{,}58$$

«Je conclus, écrit-il que la probabilité qu'entre 14 000 enfants le nombre des mâles ne sera ni plus grand que 7363, ni plus petit que 7037, sera à la probabilité que le nombre des mâles tombe hors de ces limites dans une raison plus grande au moins que 43,58 à 1. Donc on peut déjà parier avec avantage qu'en 82 fois le nombre des mâles ne tombera pas trois fois hors de ces limites... Donc il n'y a point de sujet de s'étonner que les nombres des enfants de chaque sexe ne se sont pas plus éloignés les uns des autres, ce que j'ai voulu démontrer» [61] .

Il ajoute encore cet énoncé de la «loi des grands nombres» (loi faible). «Je me souviens que feu mon Oncle a démontré une semblable chose dans son Traité De Arte conjectandi, qui s'imprime à présent à Bâle, savoir, que si l'on veut découvrir par les expériences souvent réitérées le nombre des cas par lesquels un certain évènement peut arriver ou non, on peut augmenter les observations en telle manière qu'enfin la probabilité que nous ayons découvert le vrai rapport qu'il y a entre les nombres de cas, soit plus grande qu'une probabilité donnée. Quand ce Livre paraîtra nous verrons si dans ces sortes de matières j'ai trouvé une approximation aussi juste que lui».

**

Nous ignorons quelles réflexions cette démonstration fit naître chez R. de M. Il dut recevoir la lettre de N. Bernoulli dans le temps où il était préoccupé par la santé de la Duchesse d'Angoulême. Dans la lettre où il annonce la mort de celle-ci à son correspondant il tint à s'excuser : «plus sans doute qu'il ne faudrait, je ne puis me résoudre à finir sans vous dire quelque chose au sujet de vos deux lettres, l'une du 11 octobre 1712, l'autre du 23 janvier 1713, auxquelles je n'ai pas encore fait réponse, n'ayant pas eu le temps jusqu'à aujourd'hui de les examiner et de les entendre».

R. de M. se sent distancé :

«Vous êtes un terrible homme, je croyais que pour avoir pris les devants je ne serais pas sitôt rattrapé, mais je vois bien que je me suis trompé : je suis à présent bien derrière vous, et forcé de mettre toute mon ambition à vous suivre de loin...» [62] .

***
*

AUTRES TRAVAUX DE P. REMOND DE MONTMORT.
SON PROJET D'HISTOIRE DE LA PENSEE MATHEMATIQUE.

En dehors de l'«Essay sur les Jeux de hazard» on connaît de R. de M. différentes notes publiées dans le Journal des Savants et ailleurs. «Pour remplir quelques devoirs de membre de la Société Royale de Londres» R. de M. lui envoya un mémoire sur les Suites infinies. «Ce grand écrit fort curieux et fort profond» parut dans les Philosophical Transactions en 1717 [64] .

R. de M. entretint avec les savants d'Europe de son temps une importante correspondance et nous rapporte Fontenelle «il faisait volontiers les honneurs de Paris aux savants étrangers, qui la plupart s'adressaient d'abord à lui».

Par des fragments de lettres publiés après sa mort dans les «Actes de Leipzig» [65] on sait qu'il avait entrepris d'écrire une histoire de la pensée mathématique et rassemblé une documentation importante.

Dès 1713, il confiait à N. Bernoulli

«Il serait à souhaiter que quelqu'un voulut prendre la peine de nous apprendre comment et en quel ordre les découvertes en Mathématiques se sont succédées les unes aux autres et à qui nous en avons l'obligation. On a fait l'Histoire de la Peinture, de la Musique, de la Médecine etc... Une bonne histoire des Mathématiques, et en particulier de la Géométrie, serait un ouvrage beaucoup plus curieux et plus utile. Quel plaisir n'aurait-on pas de voir la liaison, la connexion des méthodes, l'enchaînement des différentes théories, à commencer depuis les premiers temps jusqu'au nôtre où cette science se trouve portée à un si haut degré de perfection. Il me semble qu'un tel ouvrage bien fait, pourrait être en quelque sorte regardé comme l'histoire de l'esprit humain ; puisque c'est dans cette science plus qu'en toute autre chose, que l'homme fait connaître l'excellence de ce don d'intelligence que Dieu lui a accordé pour l'élever au-dessus de toutes les autres créatures» [63] .

*

Par l'intermédiaire de la Condamine, Montucla, lorsqu'il entreprit à son tour de rédiger son «Histoire en Mathématiques» essaya de récupérer les notes de P.R. de M. Elles avaient été détruites ou dispersées par ses héritiers.

***
*

CONCLUSION

Mes Chers Collègues,

J'ai essayé de faire revivre devant vous Pierre Rémond de Montmort. Les probabilistes français paraissent, pour la plupart, l'avoir complètement oublié. Il ne me semble pas qu'Emile Borel et Jean Ville le citent dans leur ouvrage sur les Applications du Calcul des Probabilités aux Jeux de hasard [39] , [55] . Il n'en est pas de même à l'étranger, ainsi nos amis suisses reconnaissent sa contribution à l'élaboration de la Théorie des Probabilités. Dans son «Calcul des Probabilités», Du Pasquier note :

«Pierre Rémond de Montmort... a publié la première formule générale résolvant le problème des partis pour le cas de 2 joueurs dont l'un a la probabilité p de gagner 1 point, l'autre la probabilité $q = 1 - p$. Sa méthode est le développement de celle de Fermat» [56] .

Dans leur ouvrage «Combinational Chance», publié à Londres (1ère édition 1962), F.D. David et D.E. Benton écrivent (je traduis) :

«Les commencements du Calcul des Probabilités se trouvent dans le champ de la théorie des combinaisons et la doctrine de la combinaison des chances fut établie en premier par le grand triumvirat :

Pierre Rémond de Montmort
Jacques Bernoulli
Abraham de Moivre

On notera que nos amis anglais placent Pierre Rémond de Montmort au premier rang.

****
**
*

NOTES ET REFERENCES

[1] Pierre Fermat, n'est pas né à Toulouse -comme on l'a longtemps prétendu- mais à Beaumont de Lomagne, petit bourg situé à une cinquantaine de kilomètres au N.E. de Toulouse. (voir L. Taupiac. *Fermat, notice biographique* où est reproduit l'acte de baptême consigné dans les registres de la paroisse de Beaumont de Lomagne : 20 août 1601 - Bull. Archéo et Histo. Société Arch. Tarn et Garonne - tome 7 - 1879, p 177-213).
Il s'est, par contre, marié à Toulouse le 18 février 1631, il était déjà «pourvu d'un office de Conseiller au Parlement». Sa femme, Louise de Long, était la fille d'un de ses collègues.
Fermat mourut à Castres le 12 janvier 1665, il était en mission dans cette ville - dont la population était en partie protestante - en tant que «commissaire en la Chambre de l'Edict». Il fut enseveli le 13 dans l'église des Révérends Pères de St Dominique (Arch. Muni. de Castres - 4411). On discute toujours pour savoir si sa dépouille fut transférée à Toulouse, en 1675, et déposée dans l'église des Augustins. Il pourrait s'agir d'un autre Fermat : Christophle de Fermat, marchand chandelier... (Voir P. Salies : *Sur quelques points d'Histoire Toulousaine.* Mém. Acad. Scie. I. B de Toulouse - 14e Série. Tome I - 1960 ; p 181-199).

[2] 1957 - Exposition Pierre de Fermat organisé à l'occasion de la dénomination du Lycée National de garçons de Toulouse. Brochure - catalogue 87 p. Ed. Lycée P. de Fermat.
1966. Actes du XXIe Congrès d'Etudes régionales tenu à Toulouse les 15 et 16 mai 1965, tricentenaire de la mort de Fermat. (Ed. Fédération des Soc. Sav. de Languedoc. Pyrénées-Gascogne)
R. Huron. *l'Aventure mathématique de Fermat*
H. Gilles. *Fermat magistrat*
M. Méras. *Beaumont de Lomagne*
Signalons aussi la conférence de P. Chabert, faite dans le cadre du Tricentenaire : *Fermat à Castres* (Rev. Hist. Scie. tome XX no 4 Oc. déc. 1967, p 337-348).

[3] La librairie Scien. et Tech. A. Blanchard a publié en 1968 une reproduction de l'édition, en quatre volumes, de l'*«Histoire des Mathématiques par J.F. Montucla,* achevée et publiée par J. de la Lande». (an X - mai 1802).
Montucla (1725-1799), orphelin, fut élevé par les Jésuites de Lyon. C'est à Toulouse qu'il se fit recevoir avocat. Il avait 20 ans. Les deux premiers volumes de son Histoire des mathématiques parurent en 1758.

[4] *Histoire de l'Académie Royale des Sciences.* Année 1719 - p 83-93.

[5] Père André (1675-1764) : *la Vie du R.P. Malebranche.* Il existe deux manuscrits : la copie Queus et la copie Lelong - (voir [8] . «Malebranche vivant» : p 210). D'après F. Bouillier, la deuxième copie a été découverte par l'abbé Blampignon à la Bibliothèque de Troyes. (Introduction à son édition). *«De la Recherche de la Vérité»* (p 11) édit. Garnier 1879).

[5'] F. Bouillier parle de «coup de la grâce philosophique».

[6] N'oublions pas que, grâce à la protection de Richelieu, Descartes avait pu publier librement ses ouvrages en France ; dès la mort du ministre de Louis XIII, en 1650, l'Eglise réagit et les oeuvres de Descartes furent mises à l'Index. On connaît bien, d'autre part, les âpres querelles théologiques que suscitèrent les thèses de P. Malebranche.

[7] En 1674 Malebranche était tenu apte à l'enseignement des mathématiques. (A. Robinet [8] . Il ne se considérait cependant pas comme un «vrai mathématicien» : dans une lettre (1er nov. 1714) de Jean I Bernoulli à R. de M., le premier disait au second : «... il ne s'est appliqué aux mathématiques qu'autant qu'il lui était nécessaire pour l'avancement de ses autres études, ce que lui-même m'a avoué dans le temps que j'étais à Paris».
Et en effet R. de M. répond à Jean I Bernoulli : «Il (Malebranche) m'a chargé... de vous témoigner qu'il ne met aucune comparaison entre le peut qu'il dit savoir en géométrie et la vaste étendue de vos connaissances» (lettres du Fond Bernoulli. Bibliothèque de Bâle). Dans le tome XX (p 150) des *«Oeuvres complètes de Malebranche»*. A. Robinet revient sur cette question et souligne que Malebranche ne manquait pas de compétence voir aussi le tome XVII-2 : *Mathematica* [8] .

[8] A. Robinet a consacré à Malebranche et à la Science de son temps de nombreux et importants travaux ; citons :

- *Le groupe malebranchiste introducteur du Calcul infinitésimal en France* (Rev. Hist. Scien XIII, 4, 1960 pp 273-308).
- *La philosophie malebranchiste des mathématiques* (Rev. Hist. Sciences XIV-3-4 1961 pp 205-254). On trouvera dans ces articles de très nombreuses références.

D'autre part il faut signaler qu'en 1956 la Commission de philosophie du Centre National de la Recherche Scientifique a décidé de reprendre le projet, déjà formulé le 3 mars 1917 par l'Académie des Sciences morales et politiques d'une édition des *«Oeuvres complètes de Malebranche».* La direction de l'exécution en a été confiée à A. Robinet. Il s'agit d'une oeuvre monumentale en vingt volumes (Lib. J. Vrin) (1).

- Les tomes I-II-III sont consacrés à «De la Recherche de la Vérité». (G. Rodis-Lewis) Le tome XV à l'Entretin d'un philosophe chrétien et chinois (A. Robinet) L'activité scientifique de Malebranche est rapportée dans les :

---

(1) Nous tenons à remercier Madame Geneviève Schektman grâce à qui il nous a été permis de consulter à loisir ces «Oeuvres Complètes de Malebranche».

tome XVII-1 - *Pièces jointes. Ecrits divers* (P. Costabel. A. Cuvillier. A. Robinet).
tome XVII-2 - *Mathematica* (P. Costabel)
tome XVIII - *Correspondance et actes 1638-1689* (A. Robinet)
tome XIX - *Correspondance et actes 1698-1715* (A. Robinet)
tome XX - *Malebranche vivant. Biographie. Bibliographie* (A. Robinet).

[9] E. Bréhier. *Histoire de la Philosophie.* Tome II-fasc. 1 : le XVIIIe siècle. p 207.

[10] Fontenelle. *Eloge. Histoire de l'Académie Royale des Sciences.* 1719 p 84. R. de M. s'associe au petit groupe qui entourait Malebranche : le P. Reyneau, l'Hospital, Varignon etc. (voir Malebranche vivant, chap. IV : étude du milieu [8] . Ce groupe, par l'activité et le savoir de ses membres, a dominé l'Académie Royale des Sciences de 1699 à 1715. De la Pillonière, dans un long poème grandiloquant écrit en l'honneur du P. Malebranche (1708 ?) cite parmi les disciples du Père :

«Bragelonne, Montmort, Nicole, Réaumur
D'un âge encore tendre et d'un mérite mûr».

R. de M. était le plus âgé des quatre, il approchait de la trentaine.

[11] François Nicole (1683-1758) - donna la rectification de la cissoïde en 1703 ; *Essai sur la théorie des roulettes* (1706) ; *Traité du Calcul des différences finies* (1717).

[12] *Eloge* p 84. Il existe une lettre intéressante de Jean I Bernoulli à R. de M. (21 mai 1718 Fonds Bernoulli. Bibliothèque de Bâle) dans laquelle J. Bernoulli précise un point d'histoire des mathématiques. On y apprend que c'est au cours d'un voyage qu'il fit à Paris, en 1691, qu'il rencontra pour la première fois, chez le P. Malebranche, le Marquis de l'Hospital : «... je connus bientôt, écrit-il, ... qu'il ne savait rien du tout du calcul différentiel, dont à peine savait-il le nom et moins encore avait oui parler du calcul intégral...».

J. Bernoulli, qui à cette époque n'avait que 24 ans, eût le sentiment que l'Hospital (qui en avait 30) le prenait pour un «aventurier», ils organisèrent alors une sorte de duel mathématique, l'Hospital prenant pour arme «la méthode de max. et de min. de M. Fermat», J. Bernoulli, la «Géométrie sublime». Finalement l'Hospital «devint charmé de la nouvelle analyse des infiniment petits» et il pria J. Bernoulli de l'initier aux secrets de cette nouvelle méthode. De la fin 1691 à l'été 1692, J. Bernoulli donna quatre leçons par semaine à son nouvel ami ; il vint même au château du Marquis, à Ouques près de Blois, passer des vacances. J. Bernoulli fixait, par écrit, le contenu de ces leçons. Par l'intermédiaire du Père Reyneau (1656-1728), qui en avait une copie complète, R. de M. put en prendre connaissance ; il en a «malheureusement perdu quelques feuilles». (Voir *Oeuvres Complètes de Malebranche* tome XIV pp 576-578 ; dans le tome XVII-2, P. Costabel consacre le Chapitre II à *«La copie des leçons de Calcul Intégral de Jean Bernoulli»,* il y fait un examen de la correspondance J. Bernoulli-Montmort sur ce sujet - pp 154-157).

Le Marquis de l'Hospital est mort en 1704, dans la préface de son *«Analyse des Infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes»* (1ère édition 1696) il attribue la découverte du nouveau calcul au «célèbre M. Leibniz» qui «a commencé ... où les autres avaient fini», mais il ajoute «MM. Bernoulli ont été les premiers qui se sont aperçus de la beauté de ce calcul... Au reste je reconnais devoir beaucoup aux lumières de MM. Bernoulli, surtout à celles du jeune, présentement professeur à Croningue (Jean I). Je me suis servi sans façon de leurs découvertes et de celles de M. Leibniz». Le Marquis de l'Hospital avait averti J. Bernoulli de la publication de son traité (lettre du 22 août 1695).

[13] *Essay* : p 355-356 ; p 358.

[14] *Eloge* : p 85.

[15] On peut se rendre compte de l'importance de cette somme par une comparaison : en 1700 la valeur de l'écu était environ 4 livres ; R. de M. aurait donc dépensé pour ses oeuvres charitables 100 000 livres. Vers le même temps Mme de Maintenon estime qu'avec un budget annuel de 15 000 livres, son frère M. d'Aubigné (et sa maison : 12 personnes) peut mener à Paris un train honnête. (voir G. Mongrédien. *La vie quotidienne sous Louis XIV p* 59 (édit Hachette 1948). En 1701 R. de M. fit une édition des *«Petites méditations sur l'humilité»* du P. Malebranche.

[16] Montmort est à 24 km au sud d'Epernay.

[17] Charlotte de Montmorency, veuve de Charles de Valois, duc d'Angoulême. Ce dernier né en 1573, était le fils naturel, fils unique d'ailleurs, de Charles IX et de sa favorite Marie Touchet, dame de Belleville. Charles IX mourut en 1574, Charles de Valois, après une vie fort mouvementée, en 1650 ; Fontenelle peut donc écrire : «Madame la Duchesse d'Angoulême par un paradoxe chronologique était bru de Charles IX mort il y avait alors 130 ans».

[18] *Eloge* : p 86.

[19] *Eloge* : p 89. Le château de Montmort est célèbre. Dans *«le Rhin»* (Oeuvres complètes - éd. du Club du Livre 1968. tome 6 p 207), V. Hugo le présente ainsi : «Le pays est plat, la plaine fuit à perte de vue, tout à coup, en sortant d'un bouquet d'arbres, on aperçoit à droite comme enfoui dans un pli de terrain, un ravissant tohu-bohu de tourelles, de girouettes, de pignons, de lucarnes et de cheminées. C'est le château de Montmort». V. Hugo ne manque pas de signaler une de ses originalités que la Révolution n'a pas effacée : «La tour d'entrée contient, roulés l'un sur l'autre, un escalier à vis pour les hommes et une rampe pour les chevaux».

[20] La Duchesse d'Angoulême désigna R. de M. comme son exécuteur testamentaire. On peut penser que les soucis dont il est question dans sa lettre à N. Bernoulli sont en rapport avec les deux procès «que le testament avait fait naître» et que R. de M. gagna. Le tombeau de la Duchesse se trouve dans l'église de Montmort, l'épitaphe a été composée par R. de M.

[21] *Eloge* : p 91.

[22] Les associés libres étaient des membres de l'Académie «non attachés à une science particulière» *(Histoire de l'Acad. Roy. des Scie.* 1716 pp 1-5). Dans une lettre du 8 janvier 1716, Jean I Bernoulli, était intervenu auprès du P. Varignon (1654-1722) pour que R. de M. soit nommé membre honoraire en remplacement de Malebranche (décédé le 13 octobre 1715) : «Vous dites que la place d'honoraire dans l'Académie, vacante par la mort du P. Malebranche n'est pas encore remplie ; il me semble que M. de Montmort en serait très digne et vous devriez travailler à la lui faire offrir ; il ferait autant d'honneur à l'Académie qu'il en recevrait...». J. Bernoulli ignorait que dans sa séance du 20 novembre 1715 l'Académie avait désigné comme successeur de Malebranche le Cardinal de Polignac (Registre des séances. 1715-f. 255).

[23] La première lettre de Pascal à Fermat (lettre où le Chevalier de Méré est cité) est du 29 juillet 1654 *(Oeuvres Complètes de Pascal.* tome 3 p 220 et suivantes - édit. Hachette 1903).

[24] Cité par G. Mongredien (voir [15]) Chap. VI - Jeux et distractions.

[25] *Essay* - Préface p v.

[26] R. de M. donne, en utilisant le jargon des joueurs de son temps, une règle du jeu qui est plus compliquée que celle que l'on peut trouver dans les ouvrages spécialisés modernes, laquelle est essentiellement la suivante :

- les joueurs désignent au hasard l'un d'entre eux comme banquier (B)
- les joueurs restants deviennent alors, par rapport à B, des «pontes» ; ils se répartissent à droite (P_d) et à gauche (P_g) de B ;
- les pontes déposent leur mise, ceci fait B tire au hasard deux cartes des paquets, en place une à sa droite et une à sa gauche (sans voir leur valeur bien entendu), puis les retourne :
- si, par exemple, la carte de droite est plus forte que celle de gauche B double les mises des P_d et s'approprie celles des P_g (et inversement).
- si les deux cartes ont même valeur (2 valets, deux dix, etc.) B s'approprie toutes les mises.

[27] La «dynastie» de Bernoulli descend d'une famille protestante ayant fuit Anvers, en 1583, pour échapper aux massacres des hugenots par les catholiques. C'était une famille de riches commerçants ; elle s'établit à Bâle où le fondateur de la dynastie, grand commerçant lui-même, fut Nicolas l'Ancien (1623-1708).
Nicolas l'Ancien eût trois fils : Jacques I (1654-1705). Nicolas I (1662-1716) et Jean I (1667-1748). Tous les trois furent des mathématiciens de premier plan - ils le devinrent après des débuts divers : philosophie et droit pour Nicolas, médecine pour Jean I.
Nicolas II (1687-1759) correspondant de R. de M. était le fils de Nicolas I.

D'après E.T. Bell : *Les grands mathématiciens* - (Bibliothèque Scientifique - Payot édit. 1961 - Chap. VII) 120 des descendants de Nicolas l'Ancien ont laissé «une trace généalogique».

[28] *Essay* - Préface v.

[29] *Essay* - Préface vj.

[30] Jean Bernoulli déplore le peu «d'honneur» où sont tenues les Mathématiques en Suisse où elles sont «considérées comme n'être pas de pane lucrando» et où on les néglige «comme des choses sèches et peu utiles» ; il ne «sait personne excepté son neveu et très peu d'autres dont il faille espérer de grands progrès dans ces sciences».

[31] *Essay* - Avertissement : XXV-XXVj.

[32] Montucla. *Histoire des Mathématiques* : tome 3 p 398 (de l'éd. Blanchard 1968).

[33] *Essay* - Avertissement XXVij.

[34] *Essay* - Avertissement XXXj.

[35] Cité par G. Mongredien (voir [15]) p 103. L'Essay est illustré de plusieurs eaux-fortes ; l'une d'elle, dont nous donnons une reproduction, est une illustration des dires de la Princesse Palatine.

[36] *Essay* - p 258. Dans les conditions fixées par R. de M., le «désavantage de celui que tient la loterie, fondé sur cette condition à laquelle il s'oblige de rendre l'argent à ceux qui n'auront point de lots sera : $(\frac{19999}{20000})^{20000}$ x 25 x 20000 (en notation moderne).
R. de M. utilise la table de logarithmes pour faire le calcul, il trouve «184 064 livres pour le désavantage cherché». L'emploi du «Calculator» HP 97 donne 183 935.

[37] Voir par exemple : *Oeuvres complètrs de Pascal* (loc. Cit) - tome 3 p 243-250 ; le traité est suivi de *«Divers usages du triangle arithmétique»* p 251 et suiv.

[38] *Essay* - Avertissement : XXXiij.

[39] *Essay* - Avertissement : XXXij. La première lettre de Pascal à Fermat (29 juillet 1654) a pour motif le «problème des partis» : «... quoique je sois au lit, je ne puis m'empêcher de vous dire que je reçus hier au soir, de la part de M. de Carcavi, votre lettre sur les partis, que j'admire si fort, que je ne puis vous le dire».
Dans le cas étudié par Pascal, dans cette lettre, on peut schématiser le problème de la manière suivante :
A et B ont des chances égales de gagner un coup ; le premier qui aura gagné 3 coups empochera l'ensemble des mises : 2 x 32 = 64 pistoles. On interrompt le jeu alors que

A a gagné deux coups, B un. Comment doit-on, équitablement, répartir les 64 pistoles ? Pascal donne dans sa lettre sa méthode, très simple dans ce cas : 48 pistoles pour A, 16 pistoles pour B).

Signalons, au sujet de ce problème, que Pascal avait mis en doute la possibilité de généraliser à plus de deux joueurs la méthode de Fermat ; il n'affirmait pas : «vous me ferez la grâce de me redresser si j'erre» dit-il à son correspondant (deuxième lettre 24 août 1654). R. de M. fait voir que la méthode de M. Fermat, qui «est plus savante et demande plus d'adresse dans son application» permet la généralisation ; sur la solution de Pascal il porte le jugement suivant :

«Le respect que nous avons pour la réputation et la mémoire de M. Pascal, ne nous permet pas de faire remarquer ici en détail toutes les fautes de raisonnement qui sont dans sa lettre ; il nous suffira d'avertir que la cause de son erreur est de n'avoir point d'égard aux divers arrangements des lettres (*Essay* p 232-248).
[Le cas de n joueurs a été résolu par Lagrange et repris par E. Borel et J. Ville Tome IV fasc. II - Chapitre II] .

[40] *Essay* - p 290.

[41] *Essay* - p 292 et p 353 (lettre de R. de M. à N. Bernoulli, 8 juin 1712).

[42] *Essay* - p 34.

[43] *Essay* - p 355.

[44] *Essay* - p 63.

[45] *Essay* - p 65. Leibnitz paraît avoir traité le problème par une autre méthode.

[46] *Essay* - p 134. R. de M. se laisse aller à des remarques de pure analyse concernant cette suite. Nous avons, bien entendu, modernisé les notations.

[47] J. Chervalier. *Histoire de la Pensée* tome III, p 326 (Ed. Flammarion 1961) et la préface de Malebranche de «*De la Recherche de la Vérité*».

[48] *Essay* - p 340.

[49] Lettre à N. Bernoulli (15 novembre 1713). *Essay* - p 408.

[50] Lettre à N. Bernoulli (20 août 1713). *Essay* p 395.

[51] *Essay* - Avertissement XXXiij et XXXiX
Malebranche, dans sa préface à *«De la Recherche de la Vérité»* écrit «Que l'on soit donc averti une fois pour toutes qu'il n'y a que la Raison qui doive présider au jugement de toutes les opinions humaines, qui n'ont point de rapport à la foi, de laquelle seule Dieu nous instruit d'une manière toute différente de celle dont il nous découvre les choses naturelles» (Oeuvres complètes - Tome I p 25).

Signalons l'étude de B.E. Schwarzbach *«Probabilités, morale et théologie au XVIIe siècle»*. (Séminaire d'histoire des Mathématiques. Conférences 1979-80 23 janvier).

[52] *Essay* - p 104. Toutefois R. de M. pense que «ceux qui perdent leur temps au Jeu méritent bien d'y perdre leur argent». (Essay xij).

[53] Malebranche. *Oeuvres Complètes* : tome I p 21.
Pour Malebranche «la plus belle, la plus agréable et la plus nécessaire de toutes nos connaissances, est sans doute la connaissance de nous-même... la science de l'homme est la plus digne de l'homme» (p 20).

[54] *Essay* - p 358-359.

[55] R. de M. est cependant cité par R. Deltheil dans :
- *Préparation à l'étude des probabilités* (en collaboration avec Leconte. éd. Vuibert 1937).
- *Aperçus historique sur la théorie des probabilités et ses applications* (éd. Privat - 1934).

[56] L.G. du Pasquier. *Le Calcul des Probabilités, son évolution mathématique et philosophique* (éd. J. Hermann. 1926, p 15).
Essay - p 232-248.

[57] C'est la lettre dans laquelle R. de M. annonce à N. Bernoulli la mort de la Duchesse d'Angoulême (*Essay* - p 395).
La correspondance entre R. de M. et les Bernoulli n'est pas limitée aux lettres reproduites dans l'Essay (voir [12]).

[58] *Essay* - p 373-374.

[59] *Essay* - p 385-393.

[60] *Essay* - p 389-390.

[61] *Essay* - p 393. Ce n'est pas le lieu de discuter ici sur la valeur de cette démonstration ni sur l'adéquation du modèle ; le problème du «ratio des sexes» chez l'homme est un problème complexe et toujours à débattre.
Rappelons que la formule de Stirling-Moivre a été donnée en 1730.

[62] *Essay* - p 400.

[63] *Essay* - p 329.

[64] Fontenelle. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences.* 1719, p 91.

[65] Année 1721 - p 215.

[66] «Quand il faut extrêmement mal et que selon la coutume on l'envoya recommander aux prières des trois paroisses, dont il était Seigneur, les Eglises retentissaient des gémissements et des cris des paysans. Sa mort fut honorée de la même oraison funèbre, éloges des plus précieux de tous, tant parce que aucune contrainte ne les arrache, que parce qu'ils ne se donnent ni à l'esprit, ni au savoir, mais à des qualités infiniment plus estimables». *(Histoire de l'Académie Royale des Sciences* 1719 - p 92).

[67] Il ne s'agit pas de solitude : «Dans la chambre où il travaillait aux problèmes les plus embarrassants, on jouait du clavecin, son fils courait et le lutinait, et les problèmes ne laissaient pas de se résoudre. Le Père Malebranche en a été plusieurs fois témoin avec étonnement» (éd. p 93).

[68] Les jésuites qui étaient opposés aux thèses de Malebranche complétaient cette affirmation par : Dieu se sert de tout... (*Mémoires de Trévoux* - février 1723 - p 308 - cité dans *«Malebranche vivant»* p 167 ; voir aussi p 209 : Malebranche et les Jésuites).

[69] Pour Rémond de Montmort «A parler exactement, rien ne dépend du hazard ; quand on étudie la nature, on est bientôt convaincu que son Auteur agit d'une manière générale et uniforme, qui porte le caractère d'une sagesse et d'une préscience infinie. Ainsi pour attacher à ce mot «hazard» une idée qui soit conforme à la vraie Philosophie, on doit penser que toutes choses étant réglées selon des lois certaines, dont le plus souvent l'ordre ne nous est pas connu, celles-là dépendent du hazard dont la cause naturelle nous est cachée. Après cette définition on peut dire que la vie de l'homme est un jeu où règne le hazard» (*Essay* - Préface xiv).

[70] Clerselier (1614-1684) - correspondant en France de Descartes, après la mort du P. Mersenne (1648) il prit en charge la publication des oeuvres posthumes de Descartes. Le *«Traité de l'homme»* parut à Paris en 1664 mais Descartes précise dans une lettre de 1646, au P. Mersenne, qu'il en avait fait l'ébauche une douzaine d'années auparavant.

[71] G. Montgrédien [15] note : «Louis XIV excite la passion des courtisans par des loteries... La mode s'en répand dans le public et tout de suite, des aigrefins voient là une nouvelle source facile de revenus, grâce à la naïveté des badauds» (p 104-105).